

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

TVORBA 3D MODELU TERÉNU POMOCOU
SIMULÁCIE ERÓZIE V PROGRAME BLENDER
BAKALÁRSKA PRÁCA

2024

MAREK MICHALOVIČ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

TVORBA 3D MODELU TERÉNU POMOCOU
SIMULÁCIE ERÓZIE V PROGRAME BLENDER
BAKALÁRSKA PRÁCA

Študijný program: Informatika
Študijný odbor: Informatika
Školiace pracovisko: Katedra algebry a geometrie
Školiteľ: RNDr. Róbert Bohdal, PhD.



ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Marek Michalovič
Študijný program: informatika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: informatika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Tvorba 3D modelu terénu pomocou simulácie erózie v programe Blender
Creating a 3D terrain model using erosion simulation in Blender

Anotácia: Myšlienkou práce je vytvoriť 3D model terénu pomocou simulovania rôznych druhov erózií, ktoré vznikajú pôsobením vetra, tečúcej vody, ľadu či striedaním tepla a mrazu. Tieto erózne procesy výrazne pomáhajú pri vytvorení realisticky vyzerajúceho terénu, ktorý je zvyčajne generovaný jednoduchými procedurálnymi metódami, využívajúcimi Perlinov šum či fraktály. Práca by sa mala zamerať na návrh a implementáciu rozšírenia programu Blender, ktoré by umožňovalo jednoducho generovať realistické 3D modely terénu pomocou erózie. Prínosom práce by bolo vytvorenie voľne dostupného rozšírenia, ktoré by sa mohlo v budúcnosti rozšíriť o ďalšiu funkcionálnosť prostredníctvom širokej komunity vývojárov.

Cieľ: Cieľom práce je opísať prehľad viacerých modelov simulácie erózie, vytvoriť rozšírenie pre program Blender, ktorý by umožňoval simulovať vybrané druhy erózie na dopredu zadaný model terénu, a nakoniec porovnať výsledné 3D modely terénu s reálnymi modelmi.

Literatúra: Neidhold, Benjamin, Markus Wacker, and Oliver Deussen. "Interactive physically based fluid and erosion simulation." Eurographics workshop on natural phenomena. 2005.
Mei, Xing, Philippe Decaudin, and Bao-Gang Hu. "Fast hydraulic erosion simulation and visualization on GPU." 15th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications (PG'07). IEEE, 2007.
Št'ava, Ondřej, et al. "Interactive terrain modeling using hydraulic erosion." Proceedings of the 2008 acm siggraph/eurographics symposium on computer animation. 2008.
Jákó, Balázs, and Balázs Tóth. "Fast Hydraulic and Thermal Erosion on GPU." Eurographics (Short Papers). 2011.
Warszawski, Korneliusz K., and Sławomir S. Nikiel. "A proposition of erosion algorithm for terrain models with hardness layer." J Theor Appl Comput Sci 8.1 (2014): 76-84.
Beyer, Hans Theobald. "Implementation of a method for hydraulic erosion." Munich, Germany: Technische Universität München (2015).
Galín, Eric, et al. "A review of digital terrain modeling." Computer Graphics Forum. Vol. 38. No. 2. 2019.
Isheden, Sebastian. "Hydraulic Erosion Simulation on the GPU for 3D terrains." (2022).



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Hawkins, Brian, and Brian Ricks. "Improving virtual pipes model of hydraulic and thermal erosion with vegetation considerations." *The Visual Computer* 39.7 (2023): 2835-2846.

Schott, Hugo, et al. "Large-scale terrain authoring through interactive erosion simulation." *ACM Transactions on Graphics* (2023).

Vedúci: RNDr. Róbert Bohdal, PhD.
Katedra: FMFI.KAG - Katedra algebry a geometrie
Vedúci katedry: doc. RNDr. Pavel Chalmovianský, PhD.

Spôsob prístupnosti elektronickej verzie práce:
bez obmedzenia

Dátum zadania: 13.10.2023

Dátum schválenia: 16.10.2023

doc. RNDr. Dana Pardubská, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Podakovanie: Ďakujem školiteľovi **RNDr. Róbertovi Bohdalovi, PhD.** za trpezlivosť a cenné rady pri práci s Blenderom a ďakujem rodine aj kamarátom za to, že pri mne stáli aj v nie práve najsvetlejších momentoch.

Abstrakt

Medzi populárne metódy tvorby realisticky vyzerajúceho terénu patrí simulovanie erózných procesov – najmä erózie vodou. Nadväzujeme na predošlý výskum a predstavujeme nové a upravené algoritmy simulujúce rôzne krajinu-tvarujúce javy. Používame tiež novú metódu vrstvovej reprezentácie terénu, ktorej výhody a nedostatky popíšeme. Našu implementáciu poskytneme verejnosti vo forme doplnku pre voľne dostupný modelovací program Blender.

Kľúčové slová: Blender, erózia, simulácia, fluvialná erózia, reprezentácia terénu, zliezanie

Abstract

Among popular methods of realistic-terrain crafting are erosion simulations – especially water erosion simulations. In accordance with previous research, we present new and improved algorithms simulating various terraforming phenomena. We also utilise a new layered terrain representation, the advantages and shortcomings of which we will discuss. Our implementation will be available for the public via a plugin for the open-source 3D modelling software Blender.

Keywords: Blender, erosion, simulation, fluvial erosion, terrain representation, soil creep

Obsah

Úvod	1
1 Potreba realisticky vyzerajúceho terénu	3
1.1 Súčasná riešenia	4
1.2 Predošlý výskum	5
1.3 Naše zameranie	6
2 Súčasná riešenia	9
2.1 Svahové pohyby	10
2.2 Vodná erózia	11
2.2.1 Pohyb vody	11
2.2.2 Erózia, prenos a usadzovanie sedimentov	13
2.2.3 Vymývanie dna	13
2.2.4 Prenos sedimentu	15
2.2.5 Vyhladzovanie dna	17
3 Naše riešenie	19
3.1 Reprezentácia terénu	19
3.1.1 Nová reprezentácia terénu	22
3.2 Svahové pohyby	23
3.2.1 Zosypávanie	23
3.2.2 Zliezanie	27
3.3 Upravené vymývanie dna	27
3.4 Upravené vyhladzovanie dna	32
3.5 Nárazová erózia	32
3.6 Vegetácia	33
3.7 Premena materiálov	35
4 Návrh doplnku pre Blender	37
4.1 Cython	37
4.2 Vstupy doplnku	38

4.3	Výstupy doplnku	38
4.3.1	Vizualizácia procesu erózie	38
5	Vyhodnotenie výsledkov	41
5.1	Zosypávanie	41
5.2	Zliezanie	44
5.3	Nárazová erózia	44
5.4	Celkový výsledok	44
5.5	Budúci výskum	46
	Záver	49
	Príloha A	55

Zoznam obrázkov

1.1	Digitálny model reliéfu	4
2.1	Vodné stĺpce	12
3.1	Nedostatky jednoduchého vrstvomého modelu	21
5.1	Kopce zo štyroch rôznych materiálov	42
5.2	Účinky vegetácie na súdržnosť svahov	43
5.3	Stav pred a po simulovaní zliezania	43
5.4	Nárazová erózia	44
5.5	Stav pred a po simulovaní viacerých javov	45

Úvod

Blender je populárny a zdarma dostupný nástroj na modelovanie trojrozmerných objektov, ich vykresľovanie i animovanie. Vďaka otvorenosti svojho zdroja a obsiahlemu aplikačnému programovému rozhraniu je k nemu dostupná široká škála doplnkov tvorených komunitou. Blender je schopný vykresľovať vysoko realistické scény – je teda pochopiteľné, že medzi požiadavky užívateľov patrí aj možnosť vytvárať realisticky vyzerajúce terény.

Základné metódy tvorby realistického terénu zahŕňajú využitie fraktálov či šumov (najznámejším z nich je Perlinov šum).

Externé nástroje určené na tvorbu realistických terénov existujú, ale častokrát sú spoplatnené, čím sa pre veľkú časť komunity stávajú nedostupnými.

Ohľadom simulovania erózie terénu existuje rozsiahly výskum, pričom väčšina sa zameriava na vodnú eróziu. Pri nej sa simuluje pohyb vody po teréne a jej pôsobenie na terén – eróziu, presun a ukladanie sedimentov. Tieto erózne procesy napomáhajú v tvorbe realisticky vyzerajúceho terénu. Simulované boli aj iné typy erózie, avšak tieto simulátory nie sú ľahko dostupné pre našu cieľovú skupinu – užívateľov programu Blender.

Ako dlhoročných užívateľov Blenderu je našim cieľom implementácia vybraných existujúcich algoritmov erózie terénu a poskytnutie tejto implementácie komunite jej zahrnutím do doplnku¹ pre program Blender. Algoritmy predstavené v predošlom výskume sa tak dostanú do rúk širokej verejnosti. Zdrojový kód doplnku bude otvorený, čo umožní v budúcnosti jeho rozšírenie komunitou o ďalšiu funkcionálnosť.

Okrem implementácie existujúcich algoritmov predstavíme aj nové algoritmy simulujúce rôzne typy erózií, či upravíme existujúce algoritmy pre naše potreby.

V prvej kapitole si priblížime problematiku, uvedieme alternatívy k simulácii erózných procesov, zhrnieme predošlý výskum a stanovíme naše zameranie. V druhej kapitole opíšeme existujúce algoritmy na simuláciu rôznych procesov, ktoré sme implementovali vo viac-menej nezmenenej podobe od verzií predstavených v predošlom výskume. Tretiu kapitolu uvedieme predstavením nášho nového modelu reprezentácie viacvrstvého terénu a porovnaním s existujúcimi riešeniami. Predstavíme algoritmy, ktoré boli upra-

¹Užívateľom, ktorí používajú pre rozhranie Blenderu anglický jazyk bude známejší pojem *plugin*

vené pre novú reprezentáciu viacvrstvového terénu – simuláciu zosypávania², vymývania a vyhladzovania dna. Okrem toho predstavíme aj nové algoritmy určené na simuláciu zliezania pôd či premeny anorganických materiálov na organické. Užitočný prínos je nový typ vodnej erózie – tzv. *nárazová erózia*, ktorá simuluje eróziu brehov vodných plôch a tokov. V štvrtej kapitole priblížime fungovanie doplnku pre Blender z vývojárskeho a užívateľského hľadiska. V poslednej kapitole vyhodnotíme výsledky našej práce a uvedieme konkrétne príklady, pri ktorých naše nové algoritmy dosiahli uspokojivé výsledky. Zhrnieme taktiež možné smerovanie budúceho výskumu, do ktorého patrí aj značná časť ideí pôvodne myslených pre túto prácu, ktoré sa pre svoju náročnosť napokon ocitli mimo jej rozsahu.

Doplnok pre Blender je písaný v jazykoch Python a Cython a je dostupný v prílohe práce. Väčšina algoritmov uvedených v tejto práci je implementovaná v jazyku Cython, ktorý dokáže vďaka statickému kompilovaniu dosiahnuť rádovo väčšie rýchlosti než implementácia v Pythone.

²v anglickej literatúre je niekedy nazývaná *thermal erosion*

Kapitola 1

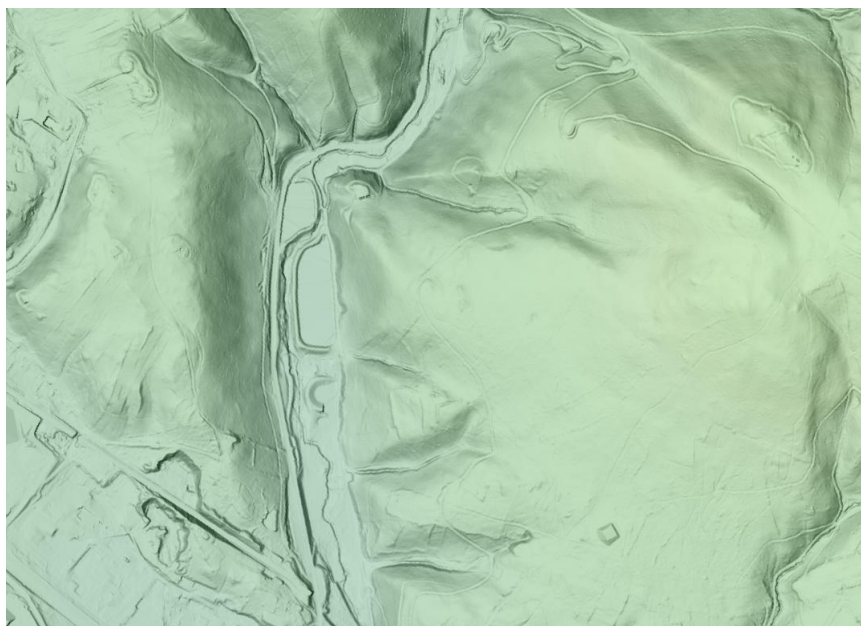
Potreba realisticky vyzerajúceho terénu

Tvorba realisticky vyzerajúceho terénu je problematika zaujímavá pre mnohé umelecké smery, najmä kinematografiu alebo herný priemysel. Prostredia v počítačových hrách aj filmoch majú často za cieľ podobať sa na reálny svet, viditeľne nerealistický terén môže tento dojem ľahko pokaziť. Použitím Perlinovho šumu [Per85] na tento účel je možné dosiahnuť esteticky kvalitné výsledky za relatívne malú snahu. Avšak so zvyšujúcimi sa nárokmi na realizmus sa zvyšujú aj očakávania pre uveriteľné terény. Je zrejmé, že Perlinov šum je menej vhodný na tvorbu komplexnejších globálnych javov ako riečnych systémov alebo povodí.

Terén je možné, ako aj ostatné modely používané v hrách a počítačovo generovaných scénach, vytvoriť ručne. Tento proces však trvá dlho a nie je praktický pre veľké územia alebo hry s požiadavkou na veľké množstvo rôznych herných priestorov. Pokiaľ autor nemá skúsenosti s geomorfológiou, výsledok môže vyzeráť umelo, bez náznakov v prírode sa vyskytujúcich dôsledkov erózie.

Jedna možnosť na získanie realistického terénu znie priamočiaro — získať dáta z reálneho terénu, pridať na správne miesta vegetáciu, prípadne terén pre svoje potreby upraviť. *Geodetický a kartografický ústav* nedávno dokončil laserové letecké skenovanie celého územia Slovenska (ukážka na obrázku 1.1) a sprístupňuje digitálne modely povrchu a reliéfu s rozlíšením 1m, pod licenciou *Creative Commons* [Geo23]. Využiť reálne dáta zo skenov však nie je vždy optimálne — na dátach je viditeľný ľudský zásah do prírody v podobe častých násypov, lomov, rezov, budov a aj väčších štruktúr ako priehrad a umelých riečnych kanálov (v digitálnom modeli reliéfu GKÚ sú budovy a stavby odstránené, avšak na kopcovitých terénoch po nich zostávajú artefakty). Pri pokuse o úpravu narážame na rovnaký problém ako pri ručnej tvorbe — autori potrebujú znalosť geomorfológie a úprava trvá netriviálne dlho.

Preto sa časť výskumu zamerala na počítačovú tvorbu realisticky vyzerajúcich



Obr. 1.1: Digitálny model reliéfu zhotoveného leteckým laserovým skenovaním, poskytovaný Úradom geodézie, kartografie a katastra Slovenskej republiky pod licenciou CC BY 4.0 DEED

terénov.

1.1 Súčasné riešenia

Pri pokusoch generovať realisticky vyzerajúci terén sa súčasný výskum zameriava hlavne na simulácie javov, ktoré majú najväčší efekt na tvar krajiny – tektonické simulácie a viaceré typy erózií.

Pri *tektonických* simuláciách sa simuluje pohyb tektonických dosiek, najmä tektonický zdvih – jeden z mechanizmov vzniku pohorí. Pri zrážke dvoch tektonických platní nastáva subdukcia, sprevádzaná vznikom pohoria v oblasti stretu. Vstupom do tohto erózneho simulátora je mapa tektonických dosiek. Tektonická simulácia samotná nestačí na produkciu uveriteľného terénu, ale slúži ako kvalitný základ pre ďalšie, nižšie opísané simulácie [CBC⁺16].

Fluviálna, hydraulická, alebo jednoducho *vodná* erózia je jav, pri ktorom tečúca voda eroduje častice z terénu, prenáša ich a následne ich ukladá v neskoršej časti toku. Je cieľom veľkého množstva výskumu, keďže simulácia aj fluvialnej erózie samej o sebe je schopná zmeniť vstupnú výškovú mapu na uveriteľnejší terén.

Svahové pohyby je súhrnný názov pre pohyb pôd a hornín v dôsledku pôsobenia gravitačnej sily. Patrí sem viacero javov – mimo iných zosuvy pôdy, zliezanie, (fluvialno-)termálna erózia alebo zosypávanie. Zosuvy pôdy sú náhle uvoľnenia zeminy,

prejavujúce sa nárazovo, pričom zliezanie je pomalý, nepretržitý¹ pohyb pôdy na svahu kopca. Termálna erózia nastáva v pôde pôvodne spevnenej ľadom, ktorá sa však po jeho rozpustení stala pórovitá a náchylnejšia k pohybu – častokrát zosypaniu [CDGCG03]. Zosypávanie nastáva, keď uhol svahu zloženého zo sypkých materiálov prekročí tzv. *sypný uhol*. Práve posledné dve erózie sú v niektorých prácach (ako [JT11], [BF01] alebo [HR23]) z neznámeho dôvodu zamieňané alebo považované za to isté.

1.2 Predošlý výskum

Ešte pred rozšírením simulačných metód boli vyvinuté metódy založené na tvorbe riečnej siete. Kelley *et al.* vytvorili terén okolo skôr vytvorenej riečnej siete [KMN88], Prusinkiewicz a Hammel spojili *midpoint displacement* a fraktálne krivky na tvorbu krajiny pretatej riekou [PH93].

V súčasnosti sú populárnym spôsobom generovania terénu *fyzikálne založené simulácie*, ktoré simulujú javy tvarujúce terén v reálnom svete. Zo všetkých týchto javov má najvýraznejší vplyv na tvar terénu *vodná erózia* [JT11] – preto sa aj stala cieľom väčšiny výskumu v tejto oblasti.

Musgrave *et al.* vytvorili jeden z prvých algoritmov na fyzikálne založenú simuláciu vodnej erózie [MKM89]. V ňom môže voda erodovať časť terénu, transportovať ju a opätovne ju uložiť. Simuláciu je možné ovplyvniť úpravou materiálových konštánt. Beneš a Forsbach priniesli prirodzenú vrstvovú reprezentáciu terénu zloženého z viacerých materiálov – jedná sa o kompromis medzi jednomateriálovou výškovou mapou a pamäťou mrhajúcimi voxelmi. Terén je v nej reprezentovaný ako zoznam materiálov a ich hrúbok spôsobom podobným pôdnemu prierezu [BF01]. Mei *et al.* použili na simuláciu pohybu vody rúrový model a implementovali eróznym algoritmus na GPU [MDH07]. Ich algoritmus neskôr vylepšili Jákó a Tóth [JT11]. Neidhold *et al.* predstavili algoritmus na simuláciu erózie na teréne s viacerými druhmi materiálu, s ktorým je možné interagovať [NWD05]. Štava *et al.* vylepšili tento algoritmus a zlúčili ho so simuláciou *rozpustnej* a termálnej erózie. Pohyb vody založili na tzv. *rúrovom modeli* [ŠBBK08].

Okrem týchto stĺpcových prístupov, kde je voda reprezentovaná ako výška vodného stĺpca v mriežke, sa používajú aj časticové prístupy, kde je voda, ako názov napovedá, reprezentovaná časticami.

Krištof *et al.* spájajú známe metódy erózie s hydrodynamikou vyhladených častíc (*smoothed particle hydrodynamics*) a na prenos častíc využívajú schému donor-akceptor [KBKŠ09]. Beyer použil častice reprezentujúce väčšie množstvá vody na vytvorenie vizuálne uveriteľného výsledku. Tento prístup, hoci nie je fyzikálne založený, rýchlo

¹V skutočnosti je to postupnosť malých pohybov, ale pri dlhšom pozorovaní sa zliezanie javí ako súvislý pohyb

produkuje výsledky podobné stĺpcovo založeným simulátorom [Bey15].

Hawkings a Ricks vo svojej simulácii erózie zahrnuli aj vplyv živej i mŕtvej vegetácie, ktorá ovplyvňuje erodovateľnosť pôdy a v prípade odumretia vytvára novú pôdnu vrstvu [HR22]. Cordonnier *et al.* vytvorili balík nástrojov, ktoré vytvárajú terén interaktívnymi simuláciami ekosystému aj využitím rôznych erózií [CGG⁺17]. Schott *et al.* prišli s modelom, ktorý spája tektogenézu a odhad povodí riek na tvorbu terénov o veľkosti rádovo stoviek kilometrov [SPF⁺23].

Len nedávno sa začal výskum zameriavať aj na simuláciu riečnych meandrov, ktoré sú ľahko povšimnuteľným javom na tokoch reálnych riek. Paris *et al.* predstavili interaktívnu metódu na simulovanie vývoja riečnych meandrov realizovanú orientovanými grafmi a simuláciou migrácie riečneho koryta, čím sa odlišujú od ostatných zmienených prác, ktoré používajú skôr stĺpcovú alebo časticovú simuláciu [PGCG23].

Warszavski a Nikiel [WN14] simulovali efekty erózie len s využitím mapy lokálnej tvrdosti terénu spojenej s pravidelným vyhladzovaním. Táto metóda však nie je fyzikálne presná a v našich modeloch ju nevyužijeme.

Jednoduchá simulácia vodnej erózie nie je ľahko škálovateľná na tvorbu veľkých oblastí – prvotný výskum sa zameriaval skôr na uveriteľnosť alebo presnosť na úrovni hôr, nie na úrovni kontinentov. Častokrát je preto možné spoznať generovaný terén aj podľa nadmerného množstva bezodtokových oblastí, ktoré pravdepodobne vznikajú aj kvôli príliš krátkemu času simulácie. Súčasný výskum sa zameriava aj na spojenie existujúcich metód do nástrojov simulujúcich viacero erózií a javov naraz, čo pomáha priblížiť sa k reálnym terénom.

1.3 Naše zameranie

V našej práci plánujeme pokračovať v integrovaní rôznych prístupov do jedného celku na dosiahnutie komplexnejšieho výzoru terénu. Plánujeme upraviť a vylepšiť niektoré z algoritmov s cieľom pridať im novú funkcionálnu a odstrániť z nich známe nerealistické javy. Pri väčšine stĺpcovo-založených vodných erózných simulátorov je voda schopná erodovať iba v stĺpci, v ktorom sa nachádza, čo jej znemožňuje erodovať stĺpce, na ktorých vrchol sa nedokáže dostať. Tento problém sme vyriešili pridaním nového druhu erózie.

Existuje viacero nástrojov určených na generovanie realistických terénov, mnohé z nich vytvárajú uveriteľné a esteticky kvalitné modely. Veľké množstvo z nich je však spoplatnené, zdarma ponúkajú len demo verzie s oklieštenou funkcionálnou. Niektoré taktiež nedosahujú dostatočnú úroveň realizmu, ktorý sľubujú - vyskytujú sa u nich nerealisticky časté zárezy po erózií alebo pokus o vytvorenie efektu meandrujúcej rieky v tvare sínusoidy, ktorý je pre geografie-znalého diváka nerealistický. Naš generátor terénu

bude v plnej verzii dostupný zdarma ako rozšírenie pre open-source 3D modelovací softvér *Blender*, ktorý je dostupný zdarma pre viaceré operačné systémy. Prispejeme tak k už i teraz širokej palete open-source možností, ktoré sú komunitou neustále dopĺňané a vylepšované. Dúfame, že otvorenosť zdroja nášho riešenia motivuje aj iných vývojárov pridať doň v budúcnosti nové schopnosti.

Kapitola 2

Súčasn e riešenia

Väčšina popisovaných riešení a algoritmov, ak nie je uvedené inak, je implementovaná stĺpcovým princípom, taktiež známym ako Eulerovský prístup. Pre jednoduchosť zápisu budeme pri algoritmoch uvedených v tejto kapitole predpokladať, že v simulácii existuje iba jeden typ materiálu – upravené algoritmy pre model s viacerými typmi materiálov uvedieme v nasledujúcej kapitole.

Pred prehľadom riešení je vhodné zjednotiť si názvy premenných použitých v algoritmoch. Ako pomôcku, na aspoň intuitívnu kontrolu správnosti algoritmov, je vhodné uvádzať k premenným pri takýchto fyzikálne založených simuláciách aj ich jednotky:

- $h_{x,y}$ – celková výška terénu na súradniciach (x, y) , jednotka m
- $w_{x,y}$ – celková výška vodného stĺpca na súradniciach (x, y) , jednotka m
- Δt – pevne daný čas, ktorý v simulácii používame ako čas uplynutý medzi dvoma diskretnými krokmi simulácie, jednotka s
- $l_{x,y}$ – dĺžka a šírka stĺpca (ak predpokladáme rovnakú veľkosť stĺpcov na celej mape, tak aj skrátene l), jednotka m
- $A_{x,y}$ – plocha podstavy stĺpca (ak predpokladáme rovnakú veľkosť stĺpcov na celej mape, tak aj skrátene A), vypočíta sa ako $A = l^2$, jednotka m^2
- $f_{x,y,i}$, kde $i \in \{left, right, top, bottom\}$ – prietok medzi pozorovaným stĺpcom a jeho ľavým/pravým/horným/dolným susedom, jednotka $m^3 s^{-1}$
- $\mathbf{v}_{x,y}$ – vektorová rýchlosť vody v stĺpci, jednotka $m s^{-1}$

2.1 Svahové pohyby

Svahové pohyby, ako zosuvy, zosypávanie alebo zliezanie sa týkajú pôd a sypkých hornín ako piesky, štrky alebo suť. Nastávajú, keď gravitačná sila prekoná sily držiace časti svahu pokope. V prípade pôd s výraznou prítomnosťou vegetácie nastáva zliezanie, [GB01] v prípade nespevnených pôd a hornín nastávajú náhle zosuvy svahu.

Pre materiály ovplyvnené zosuvmi a zosypávaním je možné nájsť maximálny sklon svahu, pri ktorom je materiál ešte stabilný a nenastávajú zosuvy. Uhol takého svahu sa nazýva *sypný uhol* a označujeme ho symbolom φ_{sypny} . V simulácii je vhodné používať skôr *sypný sklon*, ktorý definujeme ako $\tan(\varphi_{sypny})$. Vyhneme sa tým nadbytočnému používaniu trigonometrických funkcií.

V tejto tabuľke sú uvedené sypné uhly pre niektoré bežné materiály [BB18]:

piesok (suchý)	34°
piesok (vlhký)	45°
štrk (ostré okraje)	45°
prírodný štrkopiesok	25°–30°
zemina (bližšie neurčená)	30°–45°

V prípade použitia len jedného druhu materiálu sú zosuvy alebo zosypy jednoduché na simuláciu – pre každý stĺpec sa vypočíta rozdiel výšok Δh s každým z ôsmich susedných stĺpcov, z čoho sa vypočíta pre každého suseda sklon

$$sklon = \frac{\Delta h}{l}$$

pre susedov v rovnakom riadku či stĺpci a

$$sklon = \frac{\Delta h}{\sqrt{2}l}$$

pre susedov na diagonálach. Následne porovnáme sklon so sypným sklonom pre daný materiál a ak je náš sklon väčší, časť materiálu z vyššieho stĺpca presunieme k nižšiemu. Spravidla je dobrý nápad presunúť menej než Δh metrov materiálu, aby sa predišlo osciláciám.

Presun všetkého zosunhodného materiálu naraz v jedinom kroku vytvára vizuálne nepríjemný, hrbolatý terén. Tento problém je možné odstrániť zavedením Δt do rovnice, čo pomôže čiastočne vyhladiť terén. Hodnota Δt pre tento typ erózie nemusí byť zhodná s Δt pre ostatné typy erózie – v tomto prípade postačí aj relatívne vysoké $\Delta t = 0.5$. Príliš nízke Δt by zbytočne spomaľovalo simuláciu.

$$\Delta material = \begin{cases} 0 & sklon < \tan(\varphi_{sypny}) \\ \Delta t \cdot \frac{\Delta h}{2} & sklon \geq \tan(\varphi_{sypny}) \end{cases}$$

Bez využitia náhodnosti produkuje tento algoritmus nerealisticky rovné svahy. Tento problém možno odstrániť vynásobením množstva presúvaného materiálu medzi stĺpcami náhodnou konštantou:

$$\Delta material = \Delta t \cdot \frac{\Delta h \text{ rand}(0.9, 1)}{2}$$

K svahovým pohybom vieme zaradiť aj odlamovanie sa kusov skál, ktoré vieme približne simulovať rovnakým spôsobom ako zosypávanie.

Úprava algoritmu na fungovanie s modelom viacvrstvého terénu často používanom v rôznych publikáciách nie je úplne triviálna. V našom doplnku pre Blender však budeme používať iný model viacvrstvého terénu, ktorý bude neskôr bližšie opísaný.

2.2 Vodná erózia

Výskum v oblasti simulácie erózie sa zväčša zameriaval na eróziu dažďom a riekami – teda dočasnými a trvalými vodnými tokmi. Najčastejšie používaná metóda simulácie oboch javov je založená na *rúrovej simulácii* toku vody a erózii, prenose a ukladaní sedimentov vodou.

2.2.1 Pohyb vody

Pohyb vody funguje na princípe virtuálnych rúr, cez ktoré preteká medzi susednými stĺpcami voda. Algoritmus je navrhnutý tak, aby ho bolo možné implementovať aj súbežne na GPU.

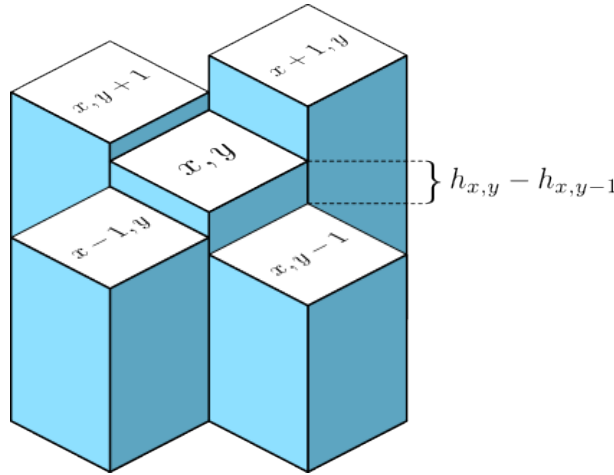
Do vodných stĺpcov je možné vodu pridať pomocou zrážok (vtedy postačí zvýšiť výšku každého vodného stĺpca o konštantu), alebo pomocou vodných zdrojov umiestnených na konkrétnych miestach mapy.

Princíp algoritmu spočíva vo vypočítaní objemov vody, ktoré majú pretiecť z každého stĺpca do štyroch susedných stĺpcov. Tieto objemy a prietoky sú uložené a až v neskoršom kroku pripočítané k susedným stĺpcom. Vďaka tomu je možné implementovať algoritmus aj paralelne, bez obáv o konflikty prístupov do pamäte. Aby sa predišlo dvojnásobnému započítaniu prietoku vody a aby sa uľahčila implementácia na GPU, je rozumné počítat iba koľko vody *odtečie* z konkrétneho stĺpca k susedovi.

Najprv sa vypočíta tok vody ku všetkým štyrom priamym susedom. Ku každému sa počíta samostatne, bez ujmy na všeobecnosti uvádzame iba výpočet pre pravého suseda:

1. Vypočíta sa rozdiel výšky vodných hladín (jednotka m)

$$\Delta h_{x,y,right} = (h_{x,y} + w_{x,y}) - (h_{x+1,y} + w_{x+1,y})$$



Obr. 2.1: Susedné vodné stĺpce a rozdiel ich výšok. Na tomto princípe funguje väčšina simulátorov pohybu vody.

2. Vypočíta sa zrýchlenie vody k pravému stĺpcu (jednotka m s^{-2})

$$a_{x,y,right} = \frac{g \cdot \Delta h_{x,y,right}}{l}$$

3. Vypočíta sa nový prietok smerom k pravému susedovi (jednotka $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)

$$F_{x,y,right}^{t+\Delta t} = F_{x,y,right}^t + \Delta t \cdot A \cdot a_{x,y,right}$$

4. Ako už bolo zmienené, pre zjednodušenie algoritmu a zamedzenie dvojnásobného započítania, počítame iba *odtok* z vodného stĺpca, t.j. záporné hodnoty ignorujeme.

$$F_{x,y,right}^{t+\Delta t} = \begin{cases} 0 & F_{x,y,right}^t \leq 0 \\ F_{x,y,right}^t & F_{x,y,right}^t > 0 \end{cases}$$

5. Následne sa vypočíta sumárny objem vody, ktorý v tomto kroku má odteciť z aktuálneho stĺpca (jednotka m^3)

$$\Delta V_{x,y,SUM} = \sum_i \Delta t \cdot F_{x,y,i}^{t+\Delta t}$$

kde $i \in \{left, right, top, bottom\}$.

6. Môže však nastať situácia, kde má zo stĺpca odteciť viac vody, než v ňom aktuálne je. V tom prípade je vhodné riešenie zoškálovať všetky odtoky zo stĺpca, aby bol sumárny odtok rovný aktuálnemu množstvu vody v stĺpci:

$$F_{x,y,right}^{t+\Delta t} = \begin{cases} F_{x,y,right}^{t+\Delta t} & \Delta V_{x,y,SUM} \leq l^2 \cdot w_{x,y} \\ \frac{l^2 \cdot w_{x,y}}{\Delta V_{x,y,SUM}} F_{x,y,right}^{t+\Delta t} & \Delta V_{x,y,SUM} > l^2 \cdot w_{x,y} \end{cases}$$

7. Napokon sa vypočíta konečný objem vody, ktorý bude presunutý k susednému stĺpcu (jednotka m^3).

$$\Delta V_{x,y,right} = \Delta t \cdot F_{x,y,right}^t$$

Tieto kroky sa vykonajú pre všetky stĺpce terénu. Až potom je možné zmeniť množstvá vody v stĺpcoch, odpočítať odtekajúcu vodu a pripočítať vodu, ktorá pritekla zo susedných stĺpcov:

$$w_{x,y}^{t+\Delta t} = w_{x,y}^t - \Delta V_{x,y,SUM} + \sum_i \Delta V_{x+x_i,y+y_i,i}$$

kde $i \in \{left, right, top, bottom\}$ a $x + x_i, y + y_i$ sú súradnice susedov aktuálneho stĺpca.

Model virtuálnych rúr prvý krát predstavili O'Brien a Hodgins [OH95] a pri simulácii erózie použili Mei et al. [MDH07]

2.2.2 Erózia, prenos a usadzovanie sedimentov

Existuje mnoho spôsobov interakcie vody s terénom. Medzi najčastejšie simulované patria vymývanie dna (nazývaná aj *silová erózia*) a suspenzia častíc z dna (nazývaná aj *regolitová erózia*).

2.2.3 Vymývanie dna

Tento typ erózie je založený na erózii a ukladaní častíc z povrchu, po ktorom tečie voda. V iných prácach je známa tiež ako *force erosion*, *fluvial erosion* alebo jednoducho *vodná erózia*. Tečúca voda svojim prúdom zdvihne sediment z povrchu, po ktorom tečie, preniesie ho, a neskôr, keď sa jej tok zmierni, ho uloží. Množstvo materiálu, ktoré dokáže voda niesť, závisí od jej rýchlosti, sklonu svahu a jej množstva.

Transportnú kapacitu vody vieme vypočítať ako

$$C_{x,y} = K_c \cdot \sin(\varphi_{x,y}) \cdot |\mathbf{v}(x,y)| \cdot l(w_{x,y}) \quad (2.1)$$

kde

- K_c je konštanta kapacity sedimentu, ktorej účelom je škálovanie sily erózie,
- $\varphi_{x,y}$ je uhol sklonu svahu v bode (x,y) ,
- $|\mathbf{v}(x,y)|$ je veľkosť rýchlosti vody v bode (x,y) ,
- $l(w_{x,y})$ je nábehová funkcia závislá od množstva vody, definovaná ako

$$l(w_{x,y}) = \begin{cases} 0 & w_{x,y} \leq 0 \\ 1 - \frac{(K_w - w_{x,y})}{K_w} & 0 < w_{x,y} < 1 \\ 1 & w_{x,y} \geq 1 \end{cases} ,$$

kde K_w je konštanta reprezentujúca množstvo vody, od ktorého pridanie ďalšej vody nezvýši jej transportnú kapacitu. Táto funkcia zabezpečuje lineárnu závislosť kapacity vody od jej množstva po maximálnu hranicu K_w .

Aby sa predišlo úplnému znemožneniu erózie v rovinatých oblastiach mapy, je vhodné zdola ohraničiť $\sin(\varphi_{x,y})$ nejakou konštantou. V našom prípade hodnota 0.05 dosiahla uspokojivé výsledky.

Rýchlosť erózie závisí od hĺbky vody v danom mieste – intuitívne väčšie množstvo vody unesie viac sedimentov. Platí to iba pri menších množstvách vody – pri hlbokých vodných tokoch a plochách je však badateľný rozdiel v rýchlosti medzi spodnými a hornými vrstvami vody, pričom spodné vrstvy bývajú skoro stacionárne a neprebíha tu silná erózia. Nábehová funkcia $l(w_{x,y})$ tento jav zachytáva. Pri malých vodných tokoch zväčší pridanie vody jej schopnosť niesť sedimenty, pri veľkých vodných plochách nebude mať pridanie vody efekt na rýchlosť erózie.

Pôvodný vzorec na výpočet transportnej kapacity predstavili Mei et.al. [MDH07], rozšírenie o nábehovú funkciu predstavil Jákó [JT11].

Rýchlosť vody $\mathbf{v}(x, y)$ získame z prietoku $F_{x,y,right}^t$, ktorý sme vypočítali v rámci simulácie pohybu vody. Bez ujmy na všeobecnosti uvádzame výpočet x -ového komponentu rýchlosti. Najprv vypočítame prietok v x -ovom smere spriemerovaním tokov (odtokov aj prítokov do stĺpca) medzi pravým a ľavým susedom (jednotka opäť $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$):

$$F_{x,y,left\&right}^t = \frac{1}{2} \cdot (F_{x-1,y,right}^t - F_{x,y,left}^t + F_{x,y,right}^t - F_{x+1,y,left}^t) \quad (2.2)$$

x -ový komponent rýchlosti (s jednotkou m s^{-1}) následne vypočítame ako

$$v_x(x, y) = \frac{F_{x,y,left\&right}^t}{l \cdot \bar{w}_{x,y}}$$

kde $\bar{w}_{x,y}$ je priemerná výška vody za posledné 2 kroky simulácie (jednotka m), vypočítateľná ako

$$\bar{w}_{x,y} = \frac{1}{2} (w_{x,y}^t + w_{x,y}^{t-\Delta t})$$

Priemerná výška je použitá namiesto výšky aktuálnej z dôvodu zamedzenia príliš veľkým výkyvom v hodnote transportnej kapacity vody, čo by znamenalo náhlu depozíciu alebo eróziu materiálu.

Podobným spôsobom je vypočítaná aj rýchlosť v y -ovom smere. Tento spôsob počítania rýchlosti predstavili Mei et al. [MDH07].

Názov *transportná kapacita* neznamená, ako by sa dalo z názvu chápať, pevne danú kapacitu sedimentov, ktoré je voda schopná uniesť. V skutočnosti vyjadruje, koľko sedimentu by malo byť vo vode suspendovaného v stave rovnováhy. Voda sediment neustále eroduje a ukladá, iba so zväčšujúcou sa rýchlosťou prevláda erózia a so

zmenšujúcou sa rýchlosťou ukladanie. Pre každú rýchlosť, sklon svahu a množstvo vody existuje množstvo suspendovaných častíc, ku ktorému sa skutočný počet častíc vo vode blíži.

Ak simulujeme iba prenos jedného typu sedimentu a predpokladáme, že materiál v hornej vrstve terénu, na ktorý budeme sediment ukladať, je rovnakého typu ako náš sediment (čo je vždy pravda v prípade simulácie s iba jedným typom materiálu), stačí len vypočítať, na ktorú stranu sa od rovnovážneho stavu odchyľujeme. Ak je množstvo vodou neseného materiálu $s_{x,y}$ väčšie než vypočítaná transportná kapacita, uložíme nadbytočné množstvo z neseného materiálu do terénu. Ak je množstvo neseného materiálu menšie než kapacita, odoberieme tento rozdiel z terénu a pridáme ho k transportovaným sedimentom.

Matematicky to môžeme vyjadriť nasledovne:

ak $s_{x,y} < C_{x,y}$, tak

$$h_{x,y}^{t+\Delta t} = h_{x,y}^t - K_e (C_{x,y} - s_{x,y}^t)$$

$$s_{x,y}^{t+\Delta t} = s_{x,y}^t + K_e (C_{x,y} - s_{x,y}^t)$$

a naopak, ak $s_{x,y} > C_{x,y}$, tak

$$h_{x,y}^{t+\Delta t} = h_{x,y}^t + K_d (s_{x,y}^t - C_{x,y})$$

$$s_{x,y}^{t+\Delta t} = s_{x,y}^t - K_d (s_{x,y}^t - C_{x,y})$$

Konštanty K_e a K_d sú konštanty erózie a depozície materiálu, sú z intervalu $(0, 1]$ a určujú, aká časť rozdielu medzi aktuálnym a rovnovážnym množstvom sedimentu má byť erodovaná či uložená v jednom kroku. Nastavenie konštánt na 1 znamená okamžité dosiahnutie rovnovážneho stavu, čo však v praxi vedie k nerealistickým výsledkom – na začiatku voda bez sedimentov zeroduje veľké množstvá materiálu, neskôr, po jej spomalení zanecháva za sebou kôpky uloženého materiálu. Nižšie hodnoty konštánt umožňujú plynulejšiu eróziu aj ukladanie materiálu, avšak príliš nízke hodnoty vedú k spomaleniu simulácie. Z našich pokusov považujeme za dobré hodnoty $K_e = 0.5$ a $K_d = 0.25$.

2.2.4 Prenos sedimentu

Pochopiteľne, sediment suspendovaný vo vode bude ovplyvnený vektorom rýchlosti pohybujúcej sa vody. Mei *et al.* [MDH07] využili na výpočet transportu sedimentu semi-Lagrangeovskú metódu na riešenie advekčnej rovnice. Štava *et al.* [ŠBBK08] využili semi-Lagrangeovskú MacCormacovú metódu. My sme sa rozhodli pre jednoduchší postup.

Keďže pohyb sedimentu závisí na pohybe vody, je vypočítaný spolu s ním. Bez ujmy na všeobecnosti sa opäť zameriame na prenos sedimentov (a vody) k pravému susednému stĺpcu.

Sediment suspendovaný v konkrétnom vodnom stĺpci rozdelíme susedným stĺpcom v rovnakom pomere, ako k nim tečie voda. Pravý susedný stĺpec $(x + 1, y)$ dostane z aktuálneho stĺpca objem vody $\Delta V_{x,y,right}$. Podiel vody z aktuálneho stĺpca, ktorý k nemu pretečie je teda $\frac{\Delta V_{x,y,right}}{w_{x,y}}$. V rovnakom podiele rozdelíme aj sediment suspendovaný vo vode:

$$\Delta s_{x+1,y,left} = s_{x,y}^t \frac{\Delta V_{x,y,right}}{w_{x,y}}$$

kde $\Delta s_{x+1,y,left}$ je množstvo sedimentu, ktoré prijme stĺpec $(x + 1, y)$ od svojho ľavého suseda (x, y) .

Celkové nové množstvo sedimentu v stĺpci (x, y) získame odpočítaním množstva sedimentu preneseného k susedom a pripočítaním množstva získaného od susedov:

$$s_{x,y}^{t+\Delta t} = s_{x,y}^t - s_{x,y}^t \frac{\Delta V_{x,y,SUM}}{w_{x,y}} + \sum_i \Delta s_{x,y,i}$$

kde $i \in \{left, right, top, bottom\}$.

Difúzia sedimentu

Prenášať sediment rovnakým spôsobom ako vodné stĺpce však nestačí – rúrový model nemusí zachytiť komplexné premiešavanie vody v rieke či jazerách. Dva susedné stĺpce v rieke si podľa rúrového modelu nemusia spolu vymeniť žiadny objem vody, v prípade, ak sú rovnakej výšky a majú podobné a rovnobežné prietoky. V reálnej rieke sa však voda neustále mieša, sprevádzaná *difúziou* častíc v nej rozpustených alebo ňou nesených.

Naša metóda je inšpirovaná Gausovým rozmazaním – aktuálnemu stĺpcu aj jeho štyrom priamym susedom nastavíme váhy, podľa ktorých potom sediment rozdelíme. Kvôli zachovaniu symetrie musia byť váhy pre všetky susedné stĺpce rovnaké:

$$weight_{left} = weight_{right} = weight_{top} = weight_{bottom}$$

Váhu pre aktuálny stĺpec získame odčítaním ostatných váh:

$$weight_0 = 1 - \sum_i weight_i$$

kde $i \in \{left, right, top, bottom\}$.

Žiadna z váh $weight_i$ pochopiteľne nemôže byť väčšia ako $\frac{1}{4}$. Rozumná hodnota je napríklad $\frac{1}{10}$.

Množstvo sedimentu preneseného k pravému susedovi, $\Delta s_{x+1,y,left}$, vypočítame ako:

$$\Delta s_{x+1,y,left} = s_{x,y} \cdot weight_{right}$$

Podobne ako pri prenose sedimentu, celkové nové množstvo sedimentu v stĺpci (x, y) získame súčtom sedimentu ponechaného v stĺpci a množstva získaného od susedov:

$$s_{x,y}^{t+\Delta t} = s_{x,y}^t weight_0 + \sum_i \Delta s_{x,y,i}$$

Difúzia zabezpečí rovnomernejšiu eróziu aj ukládanie sedimentov.

2.2.5 Vyhľadovanie dna

Sila erózie založenej na vymývaní dna závisí od rýchlosti a množstve vody a sklonu svahu. V prípade dna jazera, v ktorom je voda skoro stacionárna a kde sklon svahu nie je veľký, neprebíha veľké množstvo erózie. Tvar dna jazera sa však aj tak mení – na vine je iný typ erózie. Veľké množstvo stojatej vody rozruší dno – prenikne medzi častice a vytvorí tak tenkú vrstvu suspendovaného materiálu, pomaly plynúcu spolu s vodou. Po odstránení/poklese vody sa materiál znovu usadí. Tento typ erózie je nazývaný aj *dissolution-based erosion*, teda *rozpuštná erózia*. Tento názov nie je úplne presný, keďže sa materiál vo vode nerozpúšťa, avšak v oblasti generovania realisticky vyzerajúcich terénov je zneužívanie pojmov z iných disciplín už tradíciou.

Výšku tenkej vrstvy suspendovaného materiálu, často nazývanou *regolitom*, budeme označovať $r_{x,y}$. Maximálnu výšku regolitu, vzhľadom na množstvo vody v stĺpci, budeme označovať $r_{x,y}^{max}$. Vypočítame ju ako

$$r_{x,y}^{max} = \begin{cases} w_{x,y} & w_{x,y} \leq K_r \\ K_r & w_{x,y} > K_r \end{cases} \quad (2.3)$$

kde K_r je regolitová konštanta – maximálna hĺbka, do ktorej presiakne voda do materiálu pod ňou (jednotka m). Štava *et al.* [ŠBBK08] považujú za optimálnu hodnotu tejto konštanty v intervale 0,0001 a 0,01.

Podobne ako pri simulácii vymývania dna, je porovnaná aktuálna výška regolitu a jej maximálna výška, pričom maximálna výška regolitu zohráva podobnú funkciu ako transportná kapacita.

Ak $r_{x,y} < r_{x,y}^{max}$, tak

$$\Delta h_{x,y} = -K_{re} (r_{x,y}^{max} - r_{x,y}^t) \quad (2.4)$$

$$\Delta r_{x,y} = K_{re} (r_{x,y}^{max} - r_{x,y}^t) \quad (2.5)$$

a ak $r_{x,y} > r_{x,y}^{max}$, tak

$$\Delta h_{x,y} = K_{rd} (r_{x,y}^t - r_{x,y}^{max}) \quad (2.6)$$

$$\Delta r_{x,y} = -K_{rd} (r_{x,y}^t - r_{x,y}^{max}) \quad (2.7)$$

kde $\Delta r_{x,y}$ a $\Delta h_{x,y}$ sú zmeny vo výške regolitu a terénu a $K_r e$ a $K_r d$ sú konštanty erózie a depozície regolitovej vrstvy. Sú analogické ku K_e a K_r z vymývania dna. Častokrát je vhodné nastaviť ich hodnotu na 1, keďže rýchlosť erózie je praktickejšie riadiť nastavením konštanty K_r a problémy s kopením sedimentu alebo jeho nadmerným hĺbením sa tu vzhľadom na fixnú maximálnu výšku vrstvy nevyskytujú.

Prenos a difúzia regolitu je vykonaná analogicky k prenosu a difúzii sedimentov. Je možné použiť rovnaké vzorce, stačí iba nahradiť všetky výskyty množstva sedimentu $s_{x,y}$ a jeho variácií množstvom regolitu $r_{x,y}$.

Túto eróziu predstavil Beneš [Ben07] a s rúrovým modelom ju spojili Štava *et al.* [ŠBBK08].

Kapitola 3

Naše riešenie

Náš generátor terénu implementujeme ako zásuvný modul pre modelovací program *Blender*. O náležitostiach tejto voľby implementácie je možné dozvedieť sa v samostatnej kapitole.

3.1 Reprezentácia terénu

Ešte pred pokusom o generovanie terénu a simulovanie erózie je potrebné zvoliť vhodnú metódu reprezentácie terénu. Hoci je terén trojrozmerný, dobrú aproximáciu jeho tvaru je možné dosiahnuť aj 2.5-rozmernou reprezentáciou v podobe výškovej mapy – dvojrozmerného poľa výšok terénu v každom bode mriežky. Výhodou tejto reprezentácie je jej vysoké vertikálne rozlíšenie, ktoré závisí len od vlastností použitého typu desatinného čísla s plávajúcou čiarkou a ktorá je nezávislá od horizontálneho rozlíšenia.

Hlavné nevýhody tejto reprezentácie sú nemožnosť reprezentovať viac typov materiálov v rôznych hĺbkach a trojrozmerné štruktúry, ako sú skalné previsy a jaskyne.

Voxelová reprezentácia terénu je trojrozmerná mriežka, kde je v každom voxelu uložený jeden materiál. Vertikálne rozlíšenie poľa môže byť zhodné s horizontálnym (takýmto spôsobom reprezentuje terén počítačová hra *Minecraft*) alebo môže byť jemnejšie, keďže pre väčšinu pozícií na reálnych terénoch platí, že pri horizontálnom posune pozície sa výška v novej pozícii iba málo líši od pôvodnej. Táto reprezentácia umožňuje použitie rôznych materiálov pre rôzne miesta v teréne, rovnako aj vytváranie previsov a jaskýň, keďže vzduch je možné ukladať ako každý iný materiál.

Ani pri zvolení jemného vertikálneho rozlíšenia však nedosahuje táto metóda rovnakú výškovú presnosť, ako výšková mapa. Použitie príliš jemného rozlíšenia vedie k mrhaniu pamäťou a spomaleniu programu. Pri vykresľovaní niektorých typoch erózie je asymptotická časová zložitosť $O(n^2k)$, kde n je veľkosť terénu v horizontálnych smeroch a k je počet voxelov vo vertikálnom smere. Mnohé z týchto voxelov obsahujú rovnaký materiál ako susedné voxely a takto dochádza pri použití jemného rozlíšenia k veľkej

duplicite údajov.

Prirodzeným vylepšením voxelovej reprezentácie je model s variabilnou výškou „voxelov“, ktorý predstavili Beneš a Forsbach [BF01]. Podobá sa na klasickú výškovú mapu, avšak obsahuje dvojrozmerné pole dynamických polí (prípadne vhodne veľkých statických polí) vrstiev materiálov a ich výšok. Odstraňuje problém duplicity údajov – namiesto použitia viacerých voxelov sa iba zvýši výška jednej vrstvy. Asymptotická časová zložitosť pri niektorých typoch erózií je tiež $O(n^2k)$, ale k je v tomto prípade počet vrstiev, ktorý je omnoho nižší než potenciálny počet voxelov.

Tento model je založený na poznatkoch z geológie, kde je pôdny profil tvorený z viacerých vrstiev pôd s rôznymi vlastnosťami. Pre praktické účely postačuje aj použitie niekoľkých jednotiek, prípadne desiatok vrstiev, takže pre zjednodušenie programu je možné použiť aj pole so statickým počtom vrstiev – Beneš a Forsbach ich použili 10. Vo svojej práci nešpecifikovali, akým spôsobom sa má riešiť pridanie väčšieho množstva vrstiev než je veľkosť pola. Možných riešení je viacero. Novopridanú vrstvu je možné zlúčiť s najvyššou (pri časovej zložitosti $O(1)$), pričom sa využije porovnanie podobnosti vrstiev a podľa neho sa zlúčia najviac podobné vrstvy (časová zložitosť môže byť až $O(k)$), prípadne sa zlúčia najnižšie vrstvy (s časovou zložitosťou opäť $O(1)$), keďže tie budú najdlhšiu dobu nezmenené.

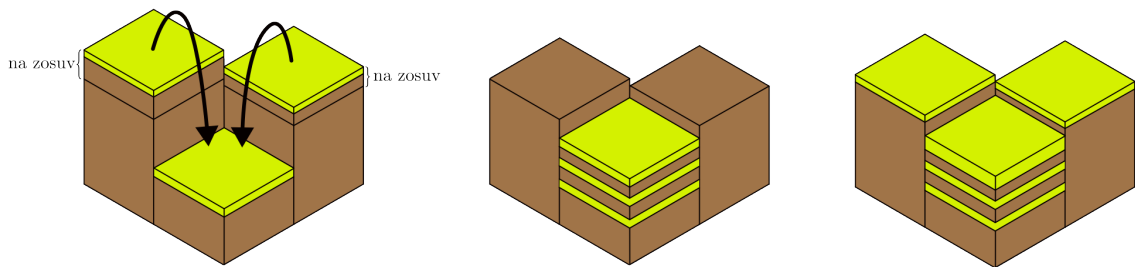
Skĺbenie tohto viacvrstvého modelu so zosuvmi (v iných prácach nie práve najvhodnejšie nazývanými aj *termálna erózia*) nie je bez problémov. Spomeňme si na princíp simulácie zosuvov s jedným materiálom – výška stĺpca je porovnaná s výškou susedných stĺpcov a ak je sklon terénu väčší než je sypný uhol materiálu, tak sa časť materiálu preniesie k nižšiemu stĺpcu. Pri viacvrstvom modeli budeme pravdepodobne požadovať, aby rôzne materiály mali rôzne sypné uhly. Vo všeobecnom prípade sa môže vrstva materiálu s vyšším sypným uhlom nachádzať na vrstve s nižším sypným uhlom. Pri zosuve jednej vrstvy je teda vhodné, aby sa s ňou zosunuli aj vyššie vrstvy. To znamená, že počas kontroly, čo sa má zosunúť, je nutné prechádzať vrstvy zospodu nahor [BF01].

Bližší popis tohto algoritmu Beneš a Forsbach neuvádzajú. Nejasnosti nastávajú najmä pri otázke umiestnenia zosunutého materiálu do susedného stĺpca. V prípade, že zosunutý materiál je homogénny a je rovnakého typu ako materiál nachádzajúci sa na vrchu stĺpca akceptora, tak je k výške vrstvy jednoducho zosunutý materiál pripočítaný. V prípade zosuvu viacerých vrstiev je prirodzené riešenie pridať ich na vrch akceptorského stĺpca. V prípade, že sa do stĺpca zosúva materiál z viacerých stĺpcov, je nutné zvoliť spôsob, akým bude uložený. Ak by boli všetky zosúvajúce sa materiály zložené z vrstiev rovnakých typov materiálov v rovnakom poradí, stačilo by hrúbky vrstiev sčítať. Vo všeobecnosti to však nie je zaručené a je nutné, buď vytvoriť algoritmus na rozumnú kombináciu vrstiev, alebo ich jednoducho v ľubovoľnom poradí naskladať sa seba. Nie sme si vedomí existencie jednoznačného riešenia problematiky kombinácie vrstiev.

Keďže nebolo uvedené inak, predpokladáme, že v prípade zosuvu materiálu do viacerých stĺpcov, bude materiál rozdelený úmerne výškovému rozdielu stĺpcov.

Problém nastáva pri sklbení tohto algoritmu s algoritmi vodnej erózie. Voda zanecháva na teréne tenkú vrstvu sedimentov, ktorá nemusí byť zhodná s pôvodnou najvyššou vrstvou. Pokiaľ svah podlieha zároveň zosuvom aj vodnej erózii, nastáva nepríjemný jav – v prvom kroku uloží voda do stĺpcov svahu tenkú vrstvu sedimentov. Ak je svah, na ktorom leží aktuálny stĺpec dostatočne prudký, zosunie sa časť výšky stĺpca obsahujúceho tenkú vrstvu sedimentov s časťou pôvodnej najvyššej vrstvy. Ak sa do jedného stĺpca zosunú z dvoch stĺpcov tieto dve vrstvy (ak počítame s algoritmom, ktorý jednoducho naskladá vrstvy na seba a nespája ich), bude sa v stĺpci-akceptorovi nachádzať 6 vrstiev namiesto pôvodných dvoch. Ak sa materiál zosunul do viacerých stĺpcov, bude týchto 6 vrstiev tenkých, keďže rovnaký výškový rozdiel tvorí viacero vrstiev. Pri ďalšom zosuve môže byť prenesených do nižších stĺpcov ešte väčšie množstvo vrstiev. V dôsledku toho je rast počtu vrstiev exponenciálny a hoci takáto situácia nenastáva často, má na rýchlosť simulácie katastrofálny dopad.

Obmedzením počtu vrstiev môžeme tento problém obísť, avšak použitie vrstiev potom stráca zmysel. Riešením, ktoré použili napríklad v [ŠBBK08], je premeniť sediment uložený vodou na rovnaký materiál, ako je ten, ktorý sa nachádza na vrchu. Takto klesne počet tenkých vrstiev, ktoré pri zosuvoch spôsobujú problémy. Tento spôsob je však nerealistický, keďže umožňuje premieňať ľahký sediment na tvrdú skalu. Práve tieto skúsenosti nás inšpirovali vytvoriť novú reprezentáciu terénu.



Obr. 3.1: Postup, akým v simulácii môže vzniknúť nadmerné množstvo vrstiev:

1. Z dvoch stĺpcov obsahujúcich dva typy materiálu, z toho horný je tenká vrstva sedimentu, sa časť zosunie na nižší stĺpec
2. V nižšom stĺpci sa nahromadí 6 rôznych vrstiev
3. Voda uloží na stĺpce ďalší sediment, čím pridá na vyššie stĺpce novú vrstvu a u nižšieho stĺpca len pridá do hornej vrstvy

Z nižšieho stĺpca a jeho suseda (nie je na obrázku) môže byť ďalej materiál zosunutý do stĺpcov ešte nižších, čím počet vrstiev v nich dramaticky narastie.

3.1.1 Nová reprezentácia terénu

Naša reprezentácia je taktiež inšpirovaná pôdnymi rezmi – vrchné vrstvy pôdneho rezu tvoria pôdy a úlomky skál rôznych veľkostí, spodné tvorí podložie zložené z hornín. Pôdy a úlomky skál sú často zmiešané v rôznych pomeroch a s rôznymi množstvami a distribúciami veľkostí úlomkov, od zrníek piesku až po balvany. Veľkosť úlomkov má vplyv na stabilitu terénu a jeho erodovateľnosť prúdom vody, ich podiel v pôde zas na schopnosť vegetácie ujať sa na danom mieste. Počas zosuvov, erózie a ukladania materiálov často dochádza k ich miešaniu, preto nie je vhodné reprezentovať každý materiál ako vrstvu. Náš model sa preto nepokúša vytvoriť konečné množstvo kombinácií veľkostí a množstva rôznych úlomkov, ale používa na reprezentáciu tejto zmesi jednu štruktúru – *pôdno-horninová zmes*. Miesto udávania presnej vertikálnej polohy typov materiálov sa sústreďuje na spresnenie ich pomerov v zmesi.

Pôdno-horninová zmes je vrstva, ktorá obsahuje informácie o objemoch rôznych materiálov, ktoré sa v nej nachádzajú. Výška vrstvy je súčet týchto objemov. V našej simulácii sme ukladali informácie o množstve organického materiálu a množstvách štyroch rôznych veľkostí úlomkov hornín, interpretovateľných ako piesok, štrk, kamene a balvany. Konkrétny počet sledovaných veľkostí úlomkov bol zvolený kvôli korešpondencii s pomenovaniami v prirodzenom jazyku. Je možné, že realistickejšie výsledky budú dosiahnuté s iným počtom sledovaných veľkostí. Pre jednoduchosť modelu považujeme všetky úlomky za rovnaký materiál – nerozoznávame medzi kameňmi z rôznych hornín. Taktiež všetky organické hmoty považujeme za jeden typ *organického materiálu*.

Vrchnú časť každého stĺpca bude tvoriť niekoľko vrstiev pôdno-horninovej zmesi. Vďaka tomu je možné spresniť vertikálnu polohu rôznych typov materiálov. Vlastnosti pôdno-horninovej zmesi budú závisieť nielen od jej zloženia, ale aj od vrstvy, v ktorej sa nachádzajú. Materiál v nižších vrstvách bude považovaný za viac utlačený a odolnejší voči eróziám. Týmto vrstvám (okrem najnižšej) je vhodné nastaviť maximálnu výšku a v prípade jej prekročenia je časť materiálu presunutá do nižšej vrstvy. Takto je možné zabezpečiť odozvu na zmeny povahy prevládajúcich javov. V prípade zosuvu veľkého množstva organického materiálu na stĺpec plný štrku bude lepšie vyjadrené, ktorý z materiálov sa nachádza hore, než v prípade použitia jedinej vrstvy, kedy by boli materiály zmiešané. V našom modeli sme použili 2 pôdno-horninové vrstvy, najmä z dôvodu zjednodušenia modelu.

Vrstvy hornín je vhodné reprezentovať rovnakým spôsobom ako v pôvodnom vrstvovom modeli – teda ako dvojicu *typ* a *výška vrstvy*. Tieto sa vždy nachádzajú pod pôdno-horninovými vrstvami.

Počet pôdno-horninových vrstiev je vhodné nastaviť staticky. V prípade, že nejaká vrstva dosiahne nulovú hrúbku, postačuje ju ignorovať a nie je nutné vrstvy presúvať alebo preusporiadávať. Nový materiál je vždy uložený do vrchnej vrstvy. Počet vrstiev

hornín je možné nechať variabilný, hoci sa pravdepodobne ich počet nebude počas simulácie výrazne meniť.

Premena materiálov

V našom modeli predpokladáme, že všetky horninové vrstvy sa nachádzajú pod pôdno-horninovými vrstvami. Horninová vrstva sa môže stať najvyššou vrstvou v prípade, že všetky pôdno-horninové vrstvy majú nulovú výšku. V tom prípade je voda schopná erodovať materiál aj z tejto vrstvy. V prípade simulovania odlamovania skál je hornina premenená na skalné úlomky a reprezentovaná rovnako ako každá iná pôdno-horninová zmes. Mäkkšie horniny budú premenené na menšie úlomky než tvrdé, čím kompenzujeme zanedbávanie typu materiálu v reprezentácii úlomkov, keďže menšie úlomky sú ľahšie erodovateľné vodou.

3.2 Svahové pohyby

V našom simulátore sme implementovali okrem upraveného algoritmu pre zosypávanie aj algoritmus pre zliezanie pôd. Názov *zosypávanie* môže byť pri svahových pohyboch pôd považovaný za nepresný, keďže pôd sa týkajú hlavne zosuvy. Práca nášho algoritmu však nezachytáva celistvosť pohybujúcej sa časti odtrhnutej pôdy, preto sme sa rozhodli pre tento názov.

3.2.1 Zosypávanie

Náš algoritmus funguje na základe algoritmu na simuláciu svahových pohybov uvedeného v predošlej kapitole. Je paralelizovateľný, vďaka využitiu *virtuálnych rúr* – virtuálne rúry so svahovými pohybmi prepojil prvý krát Jákó [JT11].

Pri simulovaní zosypávania svahu s klasickým vrstvomým modelom je nutné prechádzať všetky vrstvy odspodu nahor a postupne porovnávať ich sypný uhol so sklonom svahu [ŠBBK08].

V našom modeli máme 2 typy vrstiev – vrchné pôdno-horninové a spodné horninové. Každé vrstve je nutné vypočítať jej sypný uhol.

Pre horninové vrstvy postupujeme rovnako ako v klasickej vrstvovej reprezentácii – každý typ horniny má priradený vlastný sypný uhol.

Pri pôdno-horninových vrstvách je výpočet zložitejší – sypný uhol závisí od zloženia vrstvy aj od jej hĺbky.

Opäť budeme miesto sypného uhlu φ počítať sypný sklon $\tan(\varphi)$.

Pôdno-horninové vrstvy

Každéj zložke pôdno-horninovej vrstvy priradíme jej sypný sklon, ekvivalentný sypnému sklonu pre pôdno-horninovú vrstvu zloženú iba z danej zložky. Nasledovné hodnoty pre organickú zložku a 4 zložky úlomkov hornín o rôznych veľkostiach sa prejavili ako užitočné:

$$\tan(\varphi_{org}) = 1.25$$

$$\tan(\varphi_{rock0}) = 0.7$$

$$\tan(\varphi_{rock1}) = 0.8$$

$$\tan(\varphi_{rock2}) = 1.0$$

$$\tan(\varphi_{rock3}) = 1.0$$

Zostrojíme funkciu, ktorá pre každé zloženie pôdno-horninovej vrstvy vypočíta jej sypný sklon lineárnou kombináciou sypných sklonov jej zložiek. Vstupy funkcie sú objemy jednotlivých zložiek jednotkovej pôdno-horninovej vrstvy.

$$\text{repose}(V_{org}, V_{rock0}, V_{rock1}, V_{rock2}, V_{rock3}) = \left(\tan(\varphi_{org}) \bar{V}_{org} + \sum_i \tan(\varphi_{rocki}) \bar{V}_{rocki} \right) \cdot (1 + K_{sveg} \cdot veg) \quad (3.1)$$

kde $i \in \{0, 1, 2, 3\}$, K_{sveg} je koeficient pôsobenia vegetácie na sypný uhol, veg je množstvo vegetácie a objemy \bar{V}_{org} a $\bar{V}_{rocki} \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$ sú *podielely zložiek jednotkovej pôdno-horninovej vrstvy*, vypočítateľné ako

$$\bar{V}_{org} = \frac{V_{org}}{V}$$

$$\bar{V}_{rocki} = \frac{V_{rocki}}{V}$$

kde V je celkový objem vrstvy, $V = V_{org} + \sum_i V_{rocki}$. Je ľahké nahliadnuť, že súčet objemov zložiek tejto jednotkovej vrstvy $V = \bar{V}_{org} + \sum_i \bar{V}_{rocki} = 1$.

Sypný sklon pre konkrétnu j -tu pôdno-horninovú vrstvu od vrchu vypočítame ako

$$\tan(\varphi) = K_{depth}^j \text{repose}(V_{org}, V_{rock0}, V_{rock1}, V_{rock2}, V_{rock3})$$

kde $j \in \{0, 1, \dots\}$ a K_{depth} je bezrozmerný *koeficient zhutnenia*, ktorého užitočné hodnoty sa pohybujú v rozmedzí $1.0 < K_{depth} < 1.5$. Koeficient simuluje vyššiu odolnosť voči zosypávaniu u nižších, utlačenejších vrstiev.

Keďže sypný sklon môže byť pre každú vrstvu iný, rozumný prístup je spracovať všetky vrstvy odspodu nahor. V našom prípade majú však vrstvy podobné sypné uhly

a vďaka koeficientu zhutnenosti nie je veľmi pravdepodobné, že by sa vrstva s nižším sypným sklonom ocitla pod vrstvou s vyšším sypným sklonom. Preto je postačujúce vybrať zo sypných sklonov pôdno-horninových vrstiev ten najnižší $\tan(\varphi_{min})$, ktorý použijeme pri výpočte množstva materiálu na zosypanie.

Vypočítame sklon ku každému susednému stĺpcu:

$$sklon = \begin{cases} \frac{\Delta h}{l} & \text{pre susedov v rovnakom riadku alebo stĺpci} \\ \frac{\Delta h}{\sqrt{2}l} & \text{pre susedov na diagonálach} \end{cases} \quad (3.2)$$

Potenciálne množstvo materiálu na presun k susednému stĺpcu vieme vypočítať ako

$$\Delta material = \begin{cases} 0 & sklon < \tan(\varphi) \\ \Delta t \frac{\Delta h \text{ rand}(0.9,1)}{2} & sklon \geq \tan(\varphi) \end{cases} \quad (3.3)$$

Môže sa však stať, že v stĺpci nie je dostatok materiálu na zosypanie. V prípade, že súčet $\Delta material$ k susedom je väčší, než je dostupné množstvo materiálu v pôdno-horninových vrstvách, sú všetky $\Delta material$ pre násobené zlomkom $\frac{h_{x,y,soil}}{\sum_i \Delta material_i}$, kde $h_{x,y,soil}$ je množstvo materiálu dostupného v stĺpci a $\sum_i \Delta material_i$ je súčet $\Delta material$ pre všetky susedné stĺpce.

Pre jednoduchosť implementácie je možné zaoberať sa pri jednom kroku simulovania iba jednou pôdno-horninovou vrstvou. Simulácia síce môže byť pomalšia, ale všetok materiál čo sa má zosunúť sa napokon zosunie. Pre túto voľbu sme sa rozhodli aj pri našej implementácii. V tom prípade $h_{x,y,soil}$ vyjadruje výšku konkrétnej (najvyššej neprázdnej) pôdno-horninovej vrstvy.

Kvôli umožneniu paralelizácie využijeme na presun materiálu medzi stĺpcami, rovnako ako Jákó [JT11], virtuálne rúry. Miesto reálneho čísla vyjadrujúceho množstvo jedného materiálu budú naše rúry obsahovať informácie o množstvách všetkých presúvaných zložiek pôdno-horninovej vrstvy. Je možné využiť rovnakú dátovú štruktúru, aká je použitá na reprezentáciu pôdno-horninovej vrstvy.

Definujeme tzv. *pôdno-horninový tok* $S_{x,y,i,j}$, vyjadrujúci objem zložky $j \in \{org, rock0, rock1, rock2, rock3\}$ prúdiaci k susednému stĺpcu i :

$$S_{x,y,i,j} = V_j \frac{\Delta material_i}{h_{x,y,soil}}$$

Horninové vrstvy

Výpočet množstva materiálu na zosypanie je u horninových vrstiev jednoduchší – $\tan(\varphi)$ je pevne dané pre každý typ horniny. Pre jednoduchosť implementácie erodujeme horninové vrstvy len v prípade, keď sú všetky pôdno-horninové vrstvy prázdne. Nepredpokladáme, že by tento prístup mal výrazné negatívne vplyvy na výsledok simulácie, avšak vylepšenie tohto algoritmu je vítané.

Podobne ako pri pôdno-horninových vrstvách je zo sypných sklonov všetkých neprázdnych horninových vrstiev vystavených vzduchu (teda vrstvy, ktoré začínajú vo vyššej výške než je výška niektorého zo susedov) vybraný najmenší.¹

Na výpočet sklonu a množstva materiálu využijeme rovnaké rovnice 3.2 a 3.3 ako aj pri pôdno-horninových vrstvách.

Predpokladáme, že sa padajúca hornina pri zosype rozbije na úlomky rôznych veľkostí. Vďaka tomu môžeme materiál z roztrieštenej horniny reprezentovať jednotne s pôdno-horninovými vrstvami. Keďže však v pôdno-horninových vrstvách nie je zmienka o druhu a tvrdosti horniny, simulujeme rôzne tvrdosti horniny rôznymi veľkosťami úlomkov, na ktoré je hornina pri zosype roztrieštená.

Pre každý typ horniny definujeme konštanty $0 \leq K_{rocki} \leq 1$, $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ $\sum_i K_{rocki} = 1$ vyjadrujúce pomery veľkostí úlomkov, na ktoré sa hornina zmení. Tvrďším horninám je vhodné priradiť väčší pomer väčších veľkostí úlomkov.

Horninu teda rozdelíme na rôzne veľkosti úlomkov. Pôdno-horninový tok zložky $j \in \{org, rock0, rock1, rock2, rock3\}$ prúdiaci k susednému stĺpcu i je potom definovaný nasledovne:

$$S_{x,y,i,j} = K_{rockj} \frac{\Delta material_i}{h_{x,y,rock}}$$

kde $h_{x,y,rock}$ je hrúbka horninovej vrstvy, z ktorej sa materiál uvoľňuje a $\Delta material_i$ je množstvo materiálu prúdiacemu k susednému stĺpcu i .

Ukladanie materiálu

Všetky výpočty pôdno-horninových tokov je možné vykonať paralelne. Rovnako aj uloženie tokov do stĺpcov je možné vykonať paralelne.

Materiál z tokov uložíme do vrchnej pôdno-horninovej vrstvy. Keďže sme každej vrstve nastavili maximálnu hrúbku, nadbytočný materiál presunieme do nižšej vrstvy. Presúvať nadbytočný materiál až po uložení materiálu z tokov nie je vhodné riešenie. Na ilustráciu poskytneme extrémny prípad – ak najvyššia vrstva je zložená čisto z organickej zložky, jej hrúbka je rovná maximálnej hrúbke h_{max} a z pôdno-horninového toku sa na ňu uloží h_{max} materiálu zloženého čisto z úlomkov hornín, potom sa najprv zmiešajú zložky pôvodného a nového materiálu a až následne sa časť tejto zmesi presunie do nižšej vrstvy – to má za následok vrstvu s rovnomerným pomerom organickej zložky aj horninových úlomkov, hoci očakávaný výsledok by bola vrstva zložená iba z nového materiálu. Tomuto nadmernému zmiešavaniu je možné zabrániť výmenou poradia uloženia a presunu materiálu – najprv vrstva rezervuje miesto pre nový materiál presunom potrebného množstva pôvodného materiálu do nižších vrstiev, následne sa

¹V prípade usporiadania horninových vrstiev zostupne podľa sypného sklonu je možné tento problém obísť – postačí vybrať sypný sklon najvyššej horninovej vrstvy

uloží nový materiál do vrstvy. Napokon môže byť nutný opätovný presun materiálu v prípade, že je hrúbka vrstvy po prijatí nového materiálu hrubšia než je povolené.

3.2.2 Zliezanie

Zliezanie je rad krátkych svahových pohybov pôdy, ktorý sa pri dlhšom pozorovaní javí ako súvislý pohyb. Tento pohyb nemá na rozdiel od zosypov minimálny sklon svahu potrebný na presun materiálu – zliezanie sa deje pri všetkých sklonoch. Roering et al. [RKD99] definovali závislosť množstva materiálu za časový úsek od sklonu terénu ako

$$q = \frac{K_z \cdot sklon}{1 - \left(\frac{sklon}{S_c}\right)^2}$$

kde K_z je koeficient zliezania, konštanta pre danú pôdu a S_c je kritický sklon svahu, pri ktorom sa množstvo presunutého materiálu blíži k nekonečnu. Opäť počítame iba materiál odchádzajúci zo stĺpca a v prípade záporného množstva stĺpec ignorujeme.

Náš algoritmus na simulovanie zliezania je veľmi podobný algoritmu pre zosypávanie.

Potenciálne množstvo materiálu na presun k susednému stĺpcu vypočítame podobne ako 3.3:

$$\Delta material = \Delta t \frac{V_{org}}{V} \frac{\Delta h \text{ rand}(0.9, 1)}{2} \quad (3.4)$$

kde $\Delta h = \sum_i q_i$ je súčet množstiev materiálov typu i smerujúcich k susedným stĺpcom a $\frac{V_{org}}{V}$ je podiel objemu organickej zložky v aktuálnej vrstve z celkového objemu vrstvy. Keďže zliezanie sa týka pôd, jeho rýchlosť je závislá od množstva organickej zložky v pôde.

Zvyšné kroky sú zhodné so simulovaním zosuvov. Tento algoritmus je tiež vhodný na paralelné vykonávanie.

3.3 Upravené vymývanie dna

Pôvodný algoritmus na vymývanie dna, ktorý predstavili Mei et al. [MDH07] a vylepšili Štava et al. [ŠBBK08] je vhodný na eróziu vrstiev zložených z jedného homogénneho materiálu. Naše vrstvy sú však zložené z rôznych zložiek s rôznymi odolnosťami voči erózii, preto je nutné tento algoritmus upraviť.

Transportnú kapacitu počítame podobným spôsobom ako aj v originálnych modeloch – viď rovnicu 2.1. Rozdiel nastáva vo výpočte množstva a typu preneseného materiálu.

V modeli s jedným typom materiálu (prípadne v modeli, kde predpokladáme, že sediment nesený vodou je vždy rovnakého typu ako vrchná vrstva terénu) postačuje vykonať iba eróziu alebo ukladanie, podľa toho, do akého smeru od rovnovážneho množstva sedimentov vo vode sa odchyľujeme. V našom modeli však máme viac typov

materiálov nesených vodou, ktoré sa pri erózii môžu premieňať – preto v každom kroku vykonávame eróziu aj depozíciu jednotlivých nesených zložiek.

Voda namiesto jedného typu sedimentu s nesie viac typov, ktoré sú zhodné so zložkami pôdno-horninovej zmesi: s_{org} , s_{rock0} , s_{rock1} , s_{rock2} a s_{rock3} . Keďže tento typ erózie nie je schopný premieňať anorganické zložky na organické alebo naopak, môžeme eróziu a ukladanie organickej zložky počítat podobne ako v originálnom algoritme ²:

Ak $s_{org} < C_{org}$, tak

$$V_{org}^{t+\Delta t} = V_{org}^t - K_{e,org} (C_{org} - s_{org}^t)$$

$$s_{org}^{t+\Delta t} = s_{org}^t + K_{e,org} (C_{org} - s_{org}^t)$$

a naopak, ak $s_{org} > C_{org}$, tak

$$V_{org}^{t+\Delta t} = V_{org}^t + K_{d,org} (s_{org}^t - C_{org})$$

$$s_{org}^{t+\Delta t} = s_{org}^t - K_{d,org} (s_{org}^t - C_{org})$$

kde

- V_{org}^t je množstvo organickej zložky vo vrstve v čase t ,
- s_{org}^t je množstvo organickej zložky nesenej vodou v čase t ,
- C_{org} je transportná kapacita organickej zložky vodným stĺpcom, vypočítateľná pomocou rovnice 2.1, kde K_c vyjadruje konštantu kapacity *organickej zložky* sedimentu
- $K_{e,org}$ a $K_{d,org}$ sú konštanty erózie a depozície organickej zložky materiálu.

Ak chceme zahrnúť pôsobenie vegetácie na rýchlosť erózie, môžeme transportnú kapacitu vody prenásobiť zlomkom

$$\frac{1}{1 + K_{wveg}veg}$$

kde K_{wveg} je koeficient pôsobenia vegetácie na vodnú eróziu a veg je množstvo vegetácie v stĺpci. Rovnaký princíp vieme aplikovať aj na eróziu úlomkov hornín.

Erózia úlomkov hornín

Zaujímavejšia je erózia a depozícia úlomkov hornín. Úlomky hornín v pôdno-horninovej zmesi môže voda pri erózii rozdrobiť na menšiu veľkosť, preniesť ich a následne ich ako úlomky menšej veľkosti uložiť. Na vyjadrenie množstva úlomkov hornín veľkosti i získané eróziou úlomkov hornín veľkosti j je možné použiť lineárnu rovnicu ³

²pre prehľadnosť boli vynechané súradnice stĺpcov – aj tak tu figuruje iba jeden stĺpec

³Táto lineárna rovnica sa odlišuje od bežného zápisu $y = ax + b$, ale stále sa jedná o lineárnu rovnicu

$$m_{i,j} = a_{j,i} (\sin(\varphi_{x,y}) \cdot |\mathbf{v}(x,y)| \cdot l(w_{x,y}) - b_{j,i}) \quad (3.5)$$

kde

- $m_{i,j}$ je maximálne množstvo úlomkov hornín veľkosti $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ po rozdrobení úlomkov hornín veľkosti j pre aktuálny vodný stĺpec
- $\varphi_{x,y}$ je uhol sklonu svahu v bode (x, y) ,
- $|\mathbf{v}(x, y)|$ je veľkosť rýchlosti vody v bode (x, y) ,
- $l(w_{x,y})$ je nábehová funkcia závislá od množstva vody,
- $a_{j,i}$, $b_{j,i}$ sú lineárny a konštantný koeficient pre zmenu veľkosti úlomkov hornín j (pred rozdrobením) na veľkosť i .

Na účel vyjadrenia koeficientov a a b definujeme *lineárnu maticu rozdrobenia hornín* $A_{4,4}$

$$A = \begin{pmatrix} a_{00} & 0 & 0 & 0 \\ a_{10} & a_{11} & 0 & 0 \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

a *konštantnú maticu rozdrobenia hornín* $B_{4,4}$

$$B = \begin{pmatrix} b_{00} & 0 & 0 & 0 \\ b_{10} & b_{11} & 0 & 0 \\ b_{20} & b_{21} & b_{22} & 0 \\ b_{30} & b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Pre množstvo úlomkov hornín veľkosti i získané eróziou úlomkov hornín veľkosti j potom môžeme použiť hodnoty $a_{j,i}$ a $b_{j,i}$.

Nuly v maticiach A a B sú na pozíciách, kde $i > j$, čo by znamenalo, že po erózii zväčšia úlomky svoju veľkosť – to je pochopiteľne nerealistické.

Prvky na diagonále $i = j$ vyjadrujú eróziu úlomkov bez zmeny ich veľkosti. Predpokladáme, že rozdrobenie úlomkov je rádovo menej časté, než ich prenos, preto sme nastavili prvky a_i, i na vyššiu hodnotu, než ostatné prvky v rovnakom riadku (vyjadrujúce eróziu s rozdrobením na inú veľkosť).

Intuitívne tiež predpokladáme, že odlamovanie menších úlomkov hornín je jednoduchšie než väčších úlomkov – preto $a_{i,j} > a_{i,j+1} \forall i \in \{0, 1, 2, 3\} \forall j < i - 1$.

Účelom matice B je určiť minimálnu silu vody potrebnú na to, aby sa daná erózia s premenou mohla udiat. Erózia malých úlomkov (či už z dna z nich zloženého alebo z

väčších úlomkov hornín) sa deje aj pri nízkej sile vody, pre pohyb väčších úlomkov je nutná väčšia sila vody. Preto napokon definujeme $b_{i,j} < b_{i,j+1} \forall i \in \{0, 1, 2, 3\} \forall j < i$.

Z týchto intuitívnych podmienok je možné skonštruovať matice A a B poskytujúce vierohodné výsledky. Hodnoty matíc použitých v našej implementácii sú

$$A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.08 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.01 & 0.04 & 0 \\ 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.02 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ 0.03 & 0.25 & 0.4 & 0.5 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Tieto hodnoty sú založené len na intuícii, určenie realistickejších hodnôt je mimo rozsah tejto práce.

Pre horninové vrstvy je postup výpočtu $m_{i,j}$ podobný – tiež využívame rovnicu 3.5, avšak $a_{j,i}$ a $b_{j,i}$ tentokrát vyjadrujú koeficienty pre získanie častíc veľkosti i z horniny typu j . Aj pre horniny je možné definovať matice $A_{k,4}^{horniny}$ a $B_{k,4}^{horniny}$, kde k je počet druhov hornín.

Pomocou týchto vzorcov je možné vypočítať $m_{i,j}$ pre každú pôdno-horninovú aj horninovú vrstvu v stĺpci.

Keďže niektoré zložky pôdno-horninovej vrstvy sú jednoduchšie erodovateľné ako iné, bolo by možné pre vodu oderodovať všetky menšie častice a nechať vo vrstve iba väčšie častice. Voda však nemôže erodovať častice z celého objemu vrstvy, iba jej povrchu. Na simulovanie tohto faktu vynásobíme maximálne množstvo úlomkov hornín veľkosti $m_{i,j}$ podielom materiálu i vo vrstve $\frac{V_i}{V}$. So znižovaním podielu materiálu vo vrstve sa bude podiel blížiť k nule – aby sme zabránili limitnému sa blíženiu množstva materiálu k nule, ohraničíme podiel zospodu konštantou K_{emin} : $\max(K_{emin}, \frac{V_i}{V})$.

Pri vymývaní dna sú vrstvy prechádzané zvrchu nadol. Množstvo materiálu typu i získaného z prvej vrstvy vypočítame ako

$$\Delta V_i^1 = \sum_{\forall j \in \{0,1,2,3\}} \min \left(m_{i,j} \max \left(K_{emin}, \frac{V_j^1}{V} \right), V_j^1 \right) \quad (3.10)$$

kde

- V_j^1 je množstvo materiálu typu j v prvej vrstve,
- ΔV_i^1 je množstvo materiálu typu i , ktoré bude získané premenou z prvej vrstvy.

Z vrstvy neodstraňujeme zo žiadneho typu materiálu viac, než sa v nej nachádza.

Predpokladáme, že vrstvy nemajú všade rovnomernú hrúbku. Pri tenkých vrstvách je tak možné, aby voda erodovala materiál aj z nižších vrstiev. Tento jav simulujeme nasledovne:

Z maximálneho množstva úlomkov hornín $m_{i,j}$ odpočítame množstvo úlomkov veľkosti j v aktuálnej vrstve – môžeme to chápať ako odčítanie množstva materiálu, ktoré mala voda „šancu“ erodovať. Ak je $m_{i,j}$ stále kladné, môže sa voda pokúsiť erodovať materiál aj z nižšej vrstvy.

Čím tenšia vrstva, tým jednoduchšie je erodovať z vrstvy pod ňou. Tento fakt simulujeme vynásobením $m_{i,j}$ tzv. *koeficientom priehľadnosti* $K_p = \max\left(1 - \frac{h^1}{K_{pmin}}, 0\right)$, kde h^1 je celková výška prvej vrstvy a K_{pmin} je minimálna výška vrstvy, pri ktorej môže voda erodovať aj z nižších vrstiev.

Rovnaký postup erózie a zistenia „priehľadnosti“ opakujeme aj pre nižšie pôdno-horninové aj horninové vrstvy.

Ukladanie úlomkov hornín

Ukladanie úlomkov hornín funguje podobným princípom ako ukladanie organického materiálu. Najprv sa vypočíta transportná kapacita sedimentu C_i pre všetky veľkosti úlomkov nesených vodou, $i \in \{0, 1, 2, 3\}$:

$$C_i = a_{i,i} (\sin(\varphi_{x,y}) \cdot |\mathbf{v}(x,y)| \cdot l(w_{x,y}) - b_{i,i}) \quad (3.11)$$

kde

- $\varphi_{x,y}$ je uhol sklonu svahu v bode (x, y) ,
- $|\mathbf{v}(x, y)|$ je veľkosť rýchlosti vody v bode (x, y) ,
- $l(w_{x,y})$ je nábehová funkcia závislá od množstva vody,
- $a_{i,i}$, $b_{i,i}$ sú prvky z už uvedených matic A a B .

Ak je s_{rocki} – množstvo nesených úlomkov hornín veľkosti i – väčšie než transportná kapacita C_i , tak je časť materiálu uložená do vrchnej vrstvy:

$$\begin{aligned} \Delta V_{rocki} &= K_{d,rocki} (s_{rocki}^t - C_{rocki}) \\ s_{rocki}^{t+\Delta t} &= s_{rocki}^t - K_{d,rocki} (s_{rocki}^t - C_{rocki}) \end{aligned}$$

kde

- ΔV_{rocki} je množstvo materiálu, ktoré bude pridané do vrchnej vrstvy
- s_{rocki}^t je množstvo úlomkov hornín veľkosti i nesených vodou v čase t ,

- $K_{d,rocki}$ je konštanta depozície pre úlomky hornín veľkosti i .

Materiál bude pridaný do vrchnej vrstvy rovnakým spôsobom, ako bolo uvedené v sekcii o ukladaní materiálu.

3.4 Upravené vyhladzovanie dna

Základný princíp fungovania vyhladzovania dna zostal nezmenený. Algoritmus bol však upravený pre použitie s viacvrstvom modelom.

Tento druh erózie nastáva pri dnách zložených z mäkkých materiálov s malými časticami. Pri horninových vrstvách nemá zmysel ho simulovať. Pri pôdno-horninových vrstvách môžu byť vo vode suspendované len malé častice – náš algoritmus sa preto zaoberá iba organickou zložkou a horninovými úlomkami najmenej veľkosti.

Maximálna výška regolitu $r_{x,y}^{max}$ je vypočítaná pomocou rovnice 2.3, $\Delta h_{x,y}$ a $\Delta r_{x,y}$ vypočítame podľa rovníc 2.4, 2.5, 2.6 a 2.7.

Erózia sedimentu nastáva z vrchnej vrstvy, rovnako ako pri vymývaní dna sa môže dotýkať aj nižších vrstiev. Požadované množstvo materiálu na eróziu $\Delta h_{x,y}$ sa rozdelí na polovice, pričom polovica bude erodovaná z organickej zložky a polovica z najjemnejších úlomkov hornín. Proces odobratia materiálu z pôdno-horninovej vrstvy je zhodný s vymývaním dna.

3.5 Nárazová erózia

Pri vymývaní a vyhladzovaní dna – dvoch najčastejšie skúmaných eróziách v oblasti simulovania erózie terénu – dokáže voda odoberať materiál iba zo stĺpca, v ktorom sa nachádza. Na simulovanie mnohých javov je to nedostačujúce – erózia brehov riek a kôp materiálu stojacich v ceste tečúcej vode je tak nemožné.

Nárazová erózia sa pokúša tento problém odstrániť – zo susedných vodných stĺpcov v smere vektora rýchlosti vody $\mathbf{v}(x, y)$ odoberá podľa veľkosti vektora rýchlosti materiál.

Na umožnenie paralelizácie je opäť možné využiť virtuálne rúry na prenos materiálu do susedných stĺpcov. V prípade nárazovej erózie sa simuluje iba erózia – depozíciu sedimentov rieši algoritmus vyhladzovania dna.

Pre každý stĺpec sa najprv skontrolujú všetky štyri susedné stĺpce – ak obsahujú vodu, vypočíta sa jej rýchlosť smerom do aktuálneho stĺpca – v . Ak je v pozitívne – smerový vektor vody zo susedného stĺpca mieri do aktuálneho stĺpca – zeroduje voda časti vrstiev, ktorých sa dotýka.

Pre každú vrstvu sa vypočíta styčná plocha vody susedného stĺpca a vrstvy. Bez ujmy na všeobecnosti uvádzame výpočet pre pravý susedný stĺpec:

$$c_{top} = \min(h_{x,y,i}^{top}, w_{x+1,y} + h_{x+1,y})$$

$$c_{bottom} = \max(h_{x,y,i}^{bottom}, h_{x+1,y})$$

$$A_{contact} = l \cdot \max(c_{top} - c_{bottom}, 0)$$

kde

- c_{top} a c_{bottom} sú horná a dolná výška hranice začiatku styčnej plochy
- $A_{contact}$ je kontaktná plocha
- $h_{x,y,i}^{top}$ a $h_{x,y,i}^{bottom}$ sú výšky vrchu a spodku i -tej vrstvy v stĺpci
- $w_{x+1,y}$ je výška vodného stĺpca v pravom susednom stĺpci
- $h_{x+1,y}$ je výška terénu v pravom susednom stĺpci.

Erózna kapacita $S_{c,j}$ pre vrstvu j je vypočítaná ako

$$S_{c,j} = K_i \cdot v \cdot A_{contact}$$

kde K_i je koeficient nárazovej erózie, ktorý určuje rýchlosť a silu tejto erózie.

Odstránenie materiálu prebieha rovnakým spôsobom, ako pri vymývaní dna. Tento postup opakujeme pre všetky vrstvy stĺpca. Výsledný materiál však nebude nesený vodou v aktuálnom stĺpci, ale práve vodou v susednom stĺpci – materiál je umiestnený do virtuálnej rúry smerujúcej k susednému stĺpcu.

Až po zopakovaní týchto krokov pre všetkých 4 susedov pri všetkých stĺpcoch terénu môže byť zerodovaný materiál priradený ako sediment nesený vodou – takto je možné dosiahnuť paralelizáciu aj tohto druhu erózie.

Tento typ erózie sme prvý krát predstavili v našom ročníkovom projekte [Mic23], podrobnejšie ho však opisujeme až teraz.

3.6 Vegetácia

Vegetácia má na erózne procesy výrazný vplyv – spevňuje svahy, brzdí eróziu pôd a v dlhšom časovom horizonte aj mení ich zloženie. Preto sme sa rozhodli pridať aj jednoduchú simuláciu vegetácie.

Definujeme množstvo vegetácie $0 \leq veg_{x,y} \leq 1$, kde 0 značí žiadnu vegetáciu a 1 reprezentuje hustý porast.

Množstvo vegetácie závisí od kvality pôdy. Vypočítame hodnoty V_{org}^* , $V_{rocki}^* \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$, reprezentujúce množstvá organickej zložky a zložiek úlomkov hornín štyroch rôznych veľkostí v pôdno-horninových vrstvách do hĺbky K_{vd} , reprezentujúcej predpokladanú hĺbku, z ktorej budú rastliny získavať živiny.

Z nich vypočítame normalizované množstvá zložiek do hĺbky K_{vd} :

$$\bar{V}_{org}^* = \frac{V_{org}^*}{\min(K_{vd}, h_{x,y,soil})}$$

$$\bar{V}_{rocki}^* = \frac{V_{rocki}^*}{\min(K_{vd}, h_{x,y,soil})}$$

kde $h_{x,y,soil}$ je výška všetkých pôdno-horninových vrstiev.

Z nich vypočítame hodnotu pre kvalitu pôdy q_s . Definujeme konštanty prospešnosti zložiek pôdno-horninovej zmesi pre vegetáciu, K_{vorg} , K_{vrocki} . V našej simulácii sa ako užitočné prejavili hodnoty $K_{vorg} = 1$, $K_{vrock0} = 0.2$, $K_{vrock1} = K_{vrock2} = K_{vrock3} = 0$.

Kvalitu pôdy vypočítame ako

$$q_s = K_{vorg} \bar{V}_{org}^* + \sum_{i \in \{0,1,2,3\}} K_{vrocki} V_{rocki}^*$$

Pri dobrých podmienkach sa množstvo vegetácie v stĺpci zvyšuje až do dosiahnutia rovnomerného stavu. Množstvo vegetácie v nasledujúcom kroku vypočítame ako:

$$veg_{x,y}^{t+\Delta t} = veg_{x,y}^t + rand(0, 1) \cdot K_{veg} \cdot \Delta t \cdot (q_s - K_{eveg} veg_{x,y}^t + K_{nveg} nveg)$$

kde

- K_{veg} je konštanta rýchlosti šírenia vegetácie,
- K_{eveg} je koeficient pre rovnováhu množstva vegetácie,
- $nveg$ je súčet hodnôt vegetácie v susedných stĺpcoch,
- K_{nveg} je koeficient pôsobenia susednej vegetácie.

Niektoré javy sú v prírode pre vegetáciu nezlúčiteľné so životom. Vegetácia je schopná prežiť krátku dobu pod vodou, avšak príliš veľké pôsobenie vody na ňu má devastačné účinky.

Definujeme vlhkosť v bode (x, y) ako

$$wet_{x,y}^{t+\Delta t} = \begin{cases} wet_{x,y}^t + \Delta t w_{x,y} & w_{x,y} > 0 \\ wet_{x,y}^t \cdot K_{dry}^{\Delta t} & w_{x,y} = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

kde K_{dry} je koeficient schnutia pôdy a $K_{dry}^{\Delta t}$ je jeho umocnenie na mocninu Δt . Za užitočnú považujeme hodnotu 0.5.

Ak množstvo vlhkosti v stĺpci prekročí kritickú hranicu, vegetácia v stĺpci je odstránená – simulujú sa tým efekty záplav.

Ďalší spôsob odstránenia vegetácie je pri zosypávaní – vegetácia je odstránená zo stĺpcov z ktorých aj do ktorých sa zosypáva materiál. Zliezanie na množstvo vegetácie vplyv nemá.

Tento model vegetácie je veľmi zjednodušený, ale je schopný poskytnúť uveriteľné výsledky.

3.7 Premena materiálov

Vegetácia svojim pôsobením premieňa anorganické látky na organické. Korene rastlín vedia taktiež lámať úlomky hornín.

Definujeme konštanty lámania hornín $K_{i,i-1}$, $i \in \{1, 2, 3\}$ definujúce rýchlosť, ktorou vegetácia rozdrobuje úlomky hornín veľkosti i na úlomky veľkosti $i - 1$.

Okrem toho definujeme konštantu premeny anorganických látok na organické, K_{org} , predstavujúcu rýchlosť tejto premeny pôsobením vegetácie.

Následne vypočítame zmeny v množstvách materiálu:

$$\Delta V_{rock0,org} = K_{conv} \Delta t \cdot veg_{x,y} K_{org}$$

$$\Delta V_{rock1,rock0} = K_{conv} \Delta t \cdot veg_{x,y} K_{1,0}$$

$$\Delta V_{rock2,rock1} = K_{conv} \Delta t \cdot veg_{x,y} K_{2,1}$$

$$\Delta V_{rock3,rock2} = K_{conv} \Delta t \cdot veg_{x,y} K_{3,2}$$

kde K_{conv} je koeficient rýchlosti konverzie materiálu.

Napokon vypočítame nové hodnoty obsahu pôdno-horninovej vrstvy:

$$V_{x,y,j,org}^{t+\Delta t} = V_{x,y,j,org}^t + \Delta V_{rock0,org}$$

$$V_{x,y,j,rock0}^{t+\Delta t} = V_{x,y,j,rock0}^t + \Delta V_{rock1,rock0} - \Delta V_{rock0,org}$$

$$V_{x,y,j,rock1}^{t+\Delta t} = V_{x,y,j,rock1}^t + \Delta V_{rock2,rock1} - \Delta V_{rock1,rock0}$$

$$V_{x,y,j,rock2}^{t+\Delta t} = V_{x,y,j,rock2}^t + \Delta V_{rock3,rock2} - \Delta V_{rock2,rock1}$$

$$V_{x,y,j,rock3}^{t+\Delta t} = V_{x,y,j,rock3}^t - \Delta V_{rock3,rock2}$$

Premena anorganických látok na organické môže nastať aj v horninovej vrstve – horniny sú pri tomto jave menené na pôdy. Tento jav je dôležitým protikladom k

zliezaniu – bez premeny hornín by po zlezení pôdy zostali hrebene a vrcholy hôr čisto skalnaté, bez pôd a vegetácie. Pri vyšších a strmších horách je to realistické správanie – pri vyšších nadmorských výškach je pre rastliny náročnejšie sa ujať, vďaka čomu je premena hornín na organické látky obmedzená a zliezanie prevažuje.

Vezmime najvyššiu neprázdnu horninovú vrstvu. Ak je hrúbka pôdno-horninových vrstiev nad ňou menšia než nami definovaná konštanta maximálnej vzdialenosti pôsobenia vegetácie, môžeme časť horniny premeniť na pôdno-horninovú zmes. Množstvo materiálu q , ktoré bude premenené vypočítame ako

$$q = K_j \cdot \Delta t \cdot veg_{x,y}$$

kde K_j je koeficient rýchlosti premeny pre daný typ horniny. Z horninovej vrstvy bude odobratá výška q a do najnižšej pôdno-horninovej vrstvy bude pridaný materiál:

$$\Delta V_{x,y,bottom,i} = q \cdot K_{j,i}, i \in \{org, rock0, rock1, rock2, rock3\}$$

kde

- $\Delta V_{x,y,bottom,i}$ je množstvo materiálu typu i v najnižšej pôdno-horninovej vrstvy
- $K_{j,i}$ je koeficient premeny horninovej vrstvy typu j na materiál typu i ,
 $\sum_{i \in \{org, rock0, rock1, rock2, rock3\}} K_{j,i} = 1$

Kapitola 4

Návrh doplnku pre Blender

Náš doplnok¹ je napísaný v jazykoch *Python* a *Cython*. Opísané algoritmy sme implementovali v programovacom jazyku *Cython* verzie 3. Užívateľské rozhranie a interakcia s aplikačným programovacím rozhraním Blenderu je implementované v Pythone. Doplnok je určený pre Blender verzie 4.1.

Pred použitím doplnku je nutné *Cython* kód skompilovať – je potrebné mať nainštalovaný *Python* verzie aspoň 3 a *Cython*. Inštrukcie na kompiláciu sú poskytnuté s doplnkom.

Po kompilácii je možné nainštalovať náš doplnok do Blenderu rovnakým spôsobom ako ostatné doplnky písané čisto v Pythone.

4.1 Cython

Programovací jazyk *Cython* je nadmnožina *Pythonu*. Poskytuje možnosť deklarovať typy známe z jazyka *C*, volanie Cčkovských funkcií a jednoduchú paralelizáciu. *Cython* je na rozdiel od *Pythonu* staticky kompilovaný, čo umožňuje rýchlejší beh programov za cenu nutnosti kompilácie pred použitím. [BBC⁺11]

Náš doplnok využíva *Cython* kvôli nutnosti algoritmov opakovane prechádzať poľia veľkých rozmerov. Oproti implementácii v Pythone beží náš program minimálne desaťnásobne rýchlejšie.²

¹v angličtine nazývaný aj ako *plugin*

²K presnému zrýchleniu nemáme k dispozícii údaje, keďže sme sa rozhodli implementovať náš simulátor erózie v *Cythone* v ranom štádiu vývoja kvôli príliš dlhým časom behu implementácie v *Pythone* a odvtedy bolo do simulátora pridaných mnoho ďalších algoritmov. Odhad desaťnásobného zrýchlenia je pravdepodobne veľmi skromný.

4.2 Vstupy doplnku

Užívateľ si na začiatku zvolí veľkosť (počet stĺpcov) a škálu (zobrazovaná veľkosť stĺpcov – rozdielna od l používanej v algoritmoch) terénu. Na inicializáciu terénu môže použiť niektorý z Blenderom ponúkaných šumov a môže nastaviť ich škálu, amplitúdu a iné vlastnosti. Vytvorené sú dva objekty – terén a voda.

Výšky terénu a vody sú narozdiel od ostatných dát ukladané v z -ovej súradnici vrcholov objektov terénu a vody. To umožňuje užívateľovi ľahko meniť ich výšku pomocou rôznych nástrojov dostupných v Blenderi, vrátane proporcionálnych úprav či sochárskych nástrojov. Naš doplnok však sleduje iba z -ovú súradnicu vrcholov, preto posun vrcholov mimo tejto osi môže spôsobiť nerealistické výsledky.

Užívateľ môže po vytvorení vhodného vstupného terénu nechať simulovať ľubovoľný počet krokov simulácie naraz – v každom kroku sú simulované všetky v tejto práci opísané javy. Keďže zmena výšok vrcholov objektov trvá netriviálne dlho, je výsledok zobrazený až po skončení simulácie. Užívateľovi je umožnené meniť niektoré konštanty simulácie – najmä tie ovplyvňujúce celkovú silu a rýchlosť konkrétnej erózie.

4.3 Výstupy doplnku

Po simulovaní erózie poskytuje doplnok užívateľovi výškové dáta pre terén aj vodné stĺpce spolu s niekoľkými čiernobielymi textúrami určujúcimi koncentráciu rôznych materiálov na povrchu terénu – tie je možné použiť v materiáloch ako masky pre rôzne textúry. Pre každý materiál v simulátore je dostupná jedna maska.

Pri určovaní viditeľnosti materiálov na povrchu terénu sú okrem najvyššej neprázdnej vrstvy brané do úvahy aj nižšie vrstvy, v prípade, že je horná vrstva príliš tenká. Využijeme pri tom rovnaký *koeficient priehľadnosti* ako pri vymývaní dna:

$$K_p = \max \left(1 - \frac{h^1}{K_{pmin}}, 0 \right)$$

kde h^1 je celková výška prvej vrstvy a K_{pmin} je minimálna výška vrstvy, pri ktorej môže voda erodovať aj z nižších vrstiev.

Poskytované sú taktiež masky vegetácie a vody – tie je možné využiť na dodatočné pridanie textúr alebo umiestňovanie častíc na povrch terénu.

4.3.1 Vizualizácia procesu erózie

Pre väčšinu používateľov bude hlavným výstupom programu vygenerovaný terén. Avšak niekedy je vhodné, aby vedel simulátor zobraziť celý svoj priebeh erózie. Toto je vhodné hlavne pre účel výučby či vizualizácie.

Blender je vhodná aplikácia aj na tvorbu a vykresľovanie animácií a videosúborov. Je možné využiť už existujúcu technológiu *klúčových snímok* (*keyframes*) – po simulovaní niekoľkých krokov erózie môže užívateľ pridať kľúčovú snímku pre výšky vrcholov mriežky terénu a vody. Opakovaním tohto postupu je možné vytvoriť video zobrazujúce eróziu ako dynamický jav, ktoré je potom možné využiť napríklad na výučbové účely.

Kapitola 5

Vyhodnotenie výsledkov

Objektívne zhodnotiť realističnosť terénu nie je priamočiare. Neexistuje žiadna rovnica, ktorej vstupom je terén a výstupom je miera realističnosti. Jedna z možností je vytvoriť dotazník, kde respondenti škálovaním ohodnotia realističnosť terénu. Predpokladáme však, že široká verejnosť nemá dostatočné znalosti geomorfológie, aby vedela rozoznať model reálneho a simulovaného terénu.

Iná možnosť je použiť v súčasnosti populárne neurónové siete. Je možné získať dataset reálnych terénov (napríklad dáta od GKÚ [Geo23]) a generovaných terénov a natrénovať neurónovú sieť, aby ich rozoznávala. Potom je možné pridať druhú neurónovú sieť, ktorej úloha by bola bude mierne upraviť generovaný terén, aby ho prvá sieť považovala za reálny.¹ Takto získame cenné informácie o tom, aké nepresnosti sa na našom generovanom teréne nachádzajú.

Ďalší ohľad kvality výstupu je aj jeho zaujímavosť. Simulátor, ktorý vždy vráti rovinu je síce realističný (dobro aproximuje napríklad okolie Trnavy), ale určite neprodukuje zaujímavé výsledky.

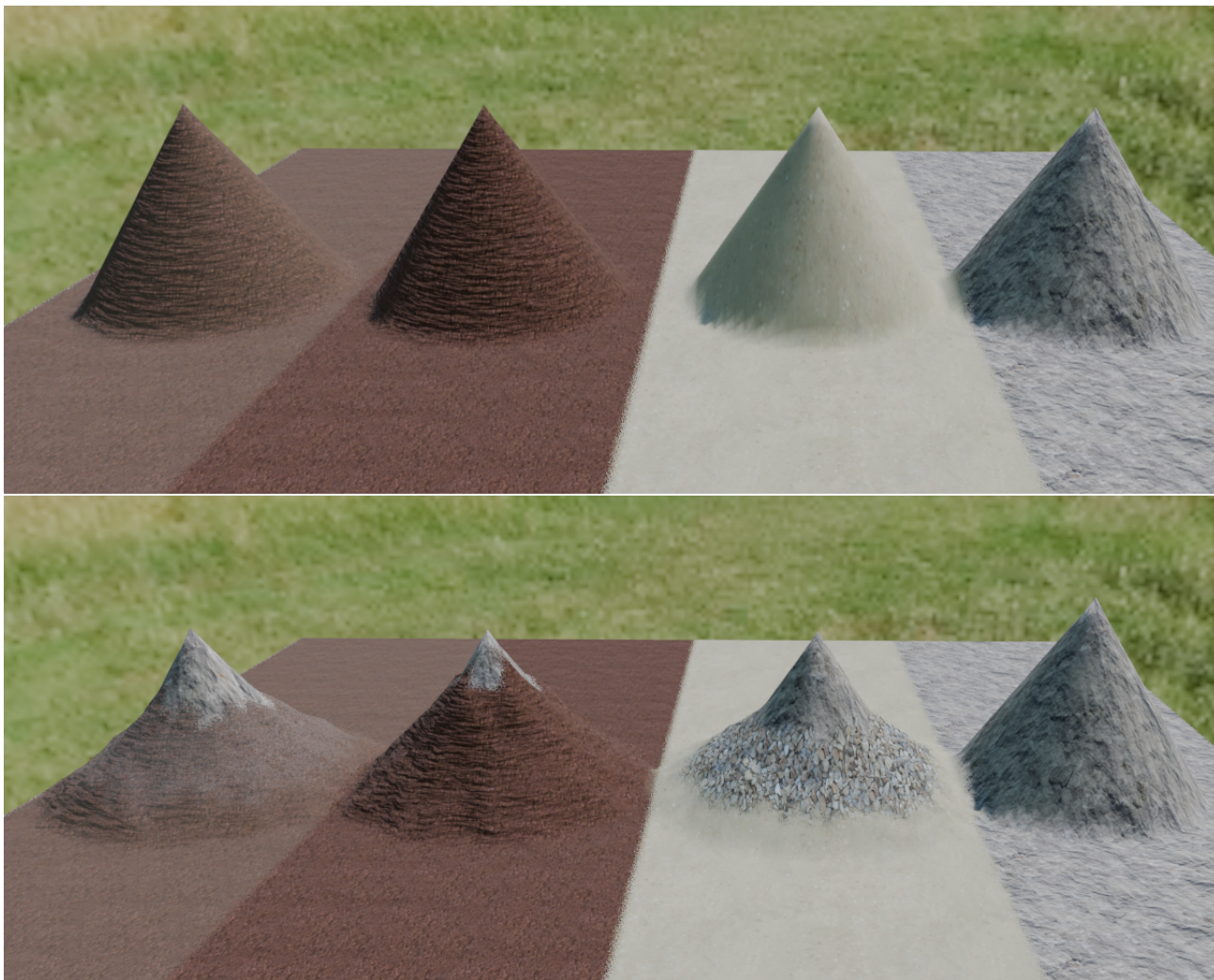
Tieto spôsoby vyhodnotenia sú však časovo náročné a sú vysoko mimo rozsah našej práce. Miesto kvantitatívneho vyhodnotenia bude na tento účel vhodnejšie použiť vyhodnotenie kvalitatívne – aké javy sa vyskytujú na našom generovanom teréne, ktoré sa vyskytujú aj v realite, ale nie s pomocou algoritmov v predošlých prácach alebo naopak, aké javy sa nám nasimulovať nepodarilo.

5.1 Zosypávanie

Simulácia zosypávania má za úlohu odstrániť príliš strmé svahy.

Na obrázku 5.1 možno vidieť kopce tvorené zo štyroch rôznych materiálov a ich stav po zosypaní. Simulovaných bolo 400 krokov. Materiály zľava doprava sú: zmes pôdy a malých úlomkov hornín, pôda, malé úlomky hornín (piesok) vo vrchnej vrstve so

¹Tento postup je podobný tréningu *generatívnych súperiacich sietí* – GAN

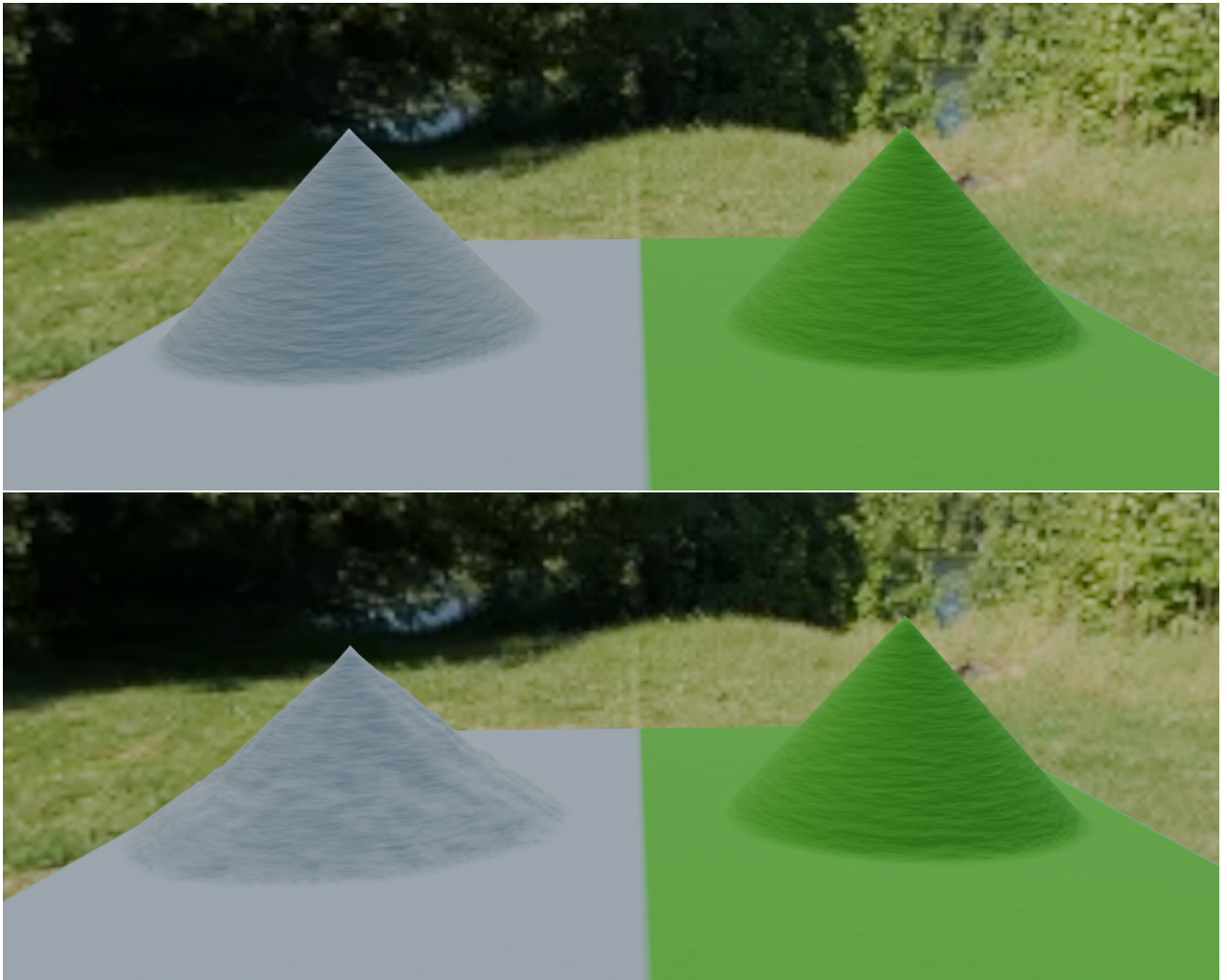


Obr. 5.1: Kopce zo štyroch rôznych materiálov

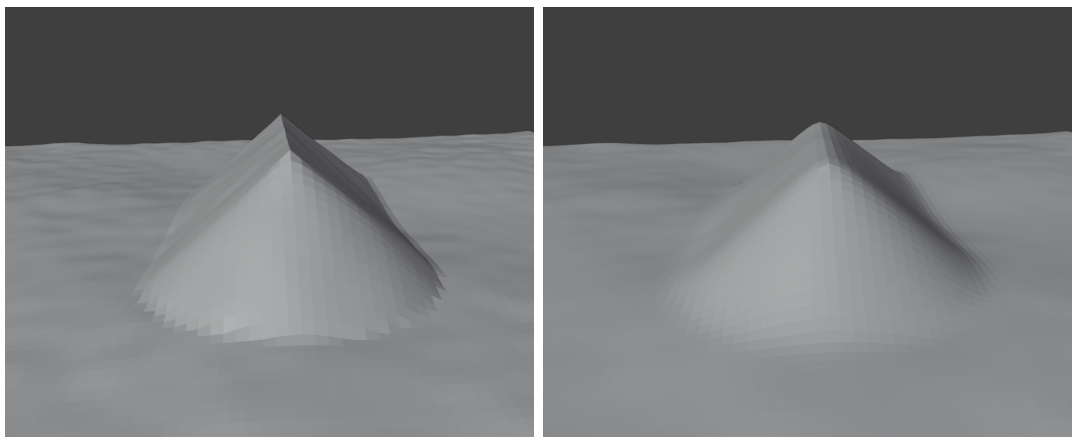
strednými úlomkami horním (kameňmi) v nižšej vrstve a úplne vpravo sú iba horninové vrstvy.

Pôda samotná je vďaka svojmu vyššiemu sypanému sklonu zosypaná o niečo menej, než zmes pôdy s horninami. Kopa malých úlomkov hornín je zosypaná najviac. Pri zosype sa odhalila nižšia vrstva zložená z kameňov. Horninové vrstvy sú pevné a ich sypný uhol nebol dosiahnutý, preto zostávajú nezmenené.

Na obrázku 5.2 je ľavá polovica terénu bez vegetácie, pravá polovica má naopak maximálnu úroveň vegetácie. Vegetácia spevňuje svah kopca a bráni zosypávaniu materiálu pri nižších sklonoch. Pri ľavom kopci nastalo zosypanie, pri pravom vďaka vegetácii nenastala.



Obr. 5.2: Účinky vegetácie na súdržnosť svahov



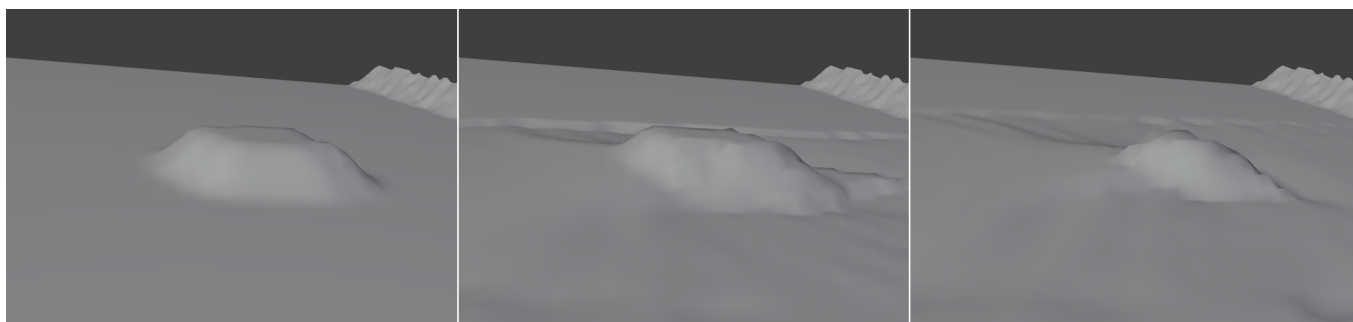
Obr. 5.3: Stav pred a po simulovaní zliezania

5.2 Zliezanie

Zliezanie v prírode spôsobuje postupný pohyb pôdy. Jeho dôsledkom je zaobľovanie hrebeňov a vrcholcov hôr a pohorí. Efekt zliezania možno vidieť aj na obrázku 5.3.

5.3 Nárazová erózia

Bez nárazovej erózie nie je voda schopná erodovať materiál nachádzajúci sa mimo jej stĺpca. Na obrázku 5.4 je vidno situáciu pred eróziou, po erózii s vypnutou nárazovou eróziou a po erózii so zapnutou nárazovou eróziou.



Obr. 5.4: Obrázok vľavo zobrazuje prekážku v ceste vody, stredný obrázok stav po simulovaní bez nárazovej erózie, pravý obrázok stav po simulovaní s nárazovou eróziou

V oboch prípadoch sa pred prekážkou nahromadil sediment, keďže na tom mieste voda spomalila a znížila sa jej transportná kapacita sedimentu. V prípade vypnutej nárazovej erózie voda po prekonaní prekážky zrýchlila a erodovala väčšie množstvo materiálu z dna, veľkosť samotnej prekážky sa však nezmenila. V prípade zapnutej nárazovej erózie sa vode podarilo odstrániť výraznú časť prekážky, sedimenty z ktorej potom odnieslo preč – preto je v tomto prípade za prekážkou dno menej hĺbené.

5.4 Celkový výsledok

Kombináciou algoritmov predstavených v predošlých prácach s našimi novými algoritmi dokážeme na vstupnom teréne simulovať široké spektrum javov. Na obrázku 5.5 je možné porovnať vstupný terén s terénom získaným po opakovanom erodovaní spojenom s manuálnym pridávaním a odstraňovaním vody. Zobrazený výsledok je po vykonaní približne 3000 krokov simulácie.

Na obrázku je možné vidieť efekty spôsobené rôznymi simulátormi – strmosť svahu znižuje simulácia zosypávania materiálu, zaoblené hrebene spôsobuje simulácia zliezania, hrebeňovitý výzor kopcov, nížiny zložené z ľahšie erodovateľných materiálov a strmé brehy občasných vodných plôch plné ťažších kameňov spôsobila vodná erózia.



Obr. 5.5: Stav pred a po simulovaní viacerých javov

Dosiahnuť vytvorenie realistického terénu bez užívateľského vstupu sa nám nepodarilo. Taktiež nami navrhnutá metóda nárazovej erózie nie je schopná vytvárať v riečnom koryte realistické meandre – je schopná erodovať z vonkajšieho brehu riečneho koryta, avšak ukladanie sedimentov pri vnútornom brehu koryta nie je schopná simulovať. Počas našich pokusov nastával opak tvorby meandrov – koryto sa počas simulovania vyrovnávalo.

Simulácia jedného kroku na teréne veľkosti 128x128 zaberie nášmu doplnku približne 0.03-0.045 sekúnd.

5.5 Budúci výskum

Väčšina nami nájdeného výskumu v oblasti generovania terénov a simulovania erózie (vrátane nášho výskumu) bola zameraná na interaktivitu simulácie – komplexná simulácia schopná vytvoriť realisticky vyzerajúci terén bez zásahu užívateľa je zložitá na vytvorenie. Pre väčšinu užívateľov je nastavovanie konštánt simulácie vecou pokusu a omylu, čím sa pre nich tieto nástroje na tvorbu terénu stávajú menej atraktívne. Predpokladáme, že budúci výskum bude smerovať k vytvoreniu simulátorov vyžadujúcich menší zásah užívateľa do ich práce a budú schopné poskytnúť bez ďalších nutných úprav použiteľný terén.

Zaujímavá oblasť výskumu je aj overenie možných benefitov zlúčenia stĺpcového a časticového prístupu simulácie vodnej erózie. Stĺpcový model poskytuje na rozdiel od modelu časticového väčšiu flexibilitu i možnosť simulovať vodné plochy a toky. Preto nie je na prvý pohľad zrejmé, ako môže pridanie časticovej filozofie prispieť k zlepšeniu modelu. Časticový model má výhodu pri simulácii zrážok. Zrážky je možné ľahko simulovať aj v stĺpcovom modeli, avšak problém nastáva pri požiadavke simulovať efekt väčšieho množstva zrážok – množstvo vody v dolinách medzi horami tak veľké, že vytvára viditeľný dočasný vodný tok. Tento tok svoje dno tvaruje – vyrovnáva – rovnako ako rieka. Medzi kopcami tak vznikajú nechcené riečne korytá, hoci v realite nemôže žiadny takýto tok vzniknúť.

Ďalej môže byť zaujímave skúmať aj limity využitia *štvorstromovej* (quadtree) štruktúry. Tento prístup má potenciál zredukovať množstvo výpočtov na miestach, ktoré sú menej členité alebo nebudú nikdy zobrazované zblízka (ako v prípade nedosiahnuteľných častí terénu v počítačových hrách), avšak ich implementácia môže byť neprakticky zložitá alebo môže viesť do simulácie neželané chyby. Štvorstromová štruktúra je vhodná pre dvojrozmerné dáta, ktorých iba malú časť je nutné ukladať s najvyšším rozlíšením. Podľa nášho názoru spĺňajú terénne dáta túto požiadavku – iba brehy riek a zerodované skaly je nutné ukladať s najvyšším detailom, miesta ako lúky a malé kopce si vystačia aj s detailom niekoľkonásobne nižším. Okrem toho, že brehy riek majú členitejšiu geometriu než rovná lúka, majú aj užívatelia tendenciu viac si všímať rieky než náhodné kopce. Čas výpočtu bude taktiež možné skrátiť, keďže budú menej zaujímavé miesta reprezentované menším počtom stĺpcov. V prípade simulácií erózie nie je jednoduché (a predpokladáme, že ani možné) znížiť asymptotickú časovú zložitosť z $O(n^2)$, kde n sú šírka a výška terénu. Znížiť je pravdepodobne možné iba skutočný čas behu simulácie.

Na implementáciu jednoduchšia je dynamická zmena úrovne detailu počas simulácie. Pochopiteľne, je žiadúce, aby mal vygenerovaný terén čo najvyššiu úroveň detailu. Avšak počas simulácie nie je potrebné zachovávať rovnakú úroveň – javy ako riečne meandre alebo korytá občasných vodných tokov sú v porovnaní so zvyšnými simulovanými javmi

krátkodobejšie – zmena koryta rieky trvá roky či desaťročia, výrazné zmeny v povodiach riek trvajú tisícročia. Predpokladáme, že týmto postupom bude možné drasticky skrátiť potrebný čas simulácie za cenu iba malých odchýliek od požadovaného výzoru.

Zaujímavý smer výskumu môžu byť simulovanie riečnych meandrov pomocou stĺpcového modelu vody, pri ktorom sme aj napriek našej snahe nenašli žiadny výskum. Naša metóda nebola schopná dosiahnuť požadované výsledky, čo však môže byť riešiteľné zmenou spôsobu počítania rýchlosti vody.

Záver

Podarilo sa nám implementovať niekoľko nových alebo vylepšených algoritmov na simulovanie rôznych erózných procesov. Naša nová reprezentácia terénu umožnila odstrániť niektoré nerealistické kroky, ktoré sa vyskytovali v predošlom výskume – ako napríklad premena ľahkého sedimentu na tvrdú skalú pri jeho uložení na povrch terénu vodou. Našu reprezentáciu terénu taktiež považujeme za vernejší model zloženia reálneho terénu, než boli viacvrstvové modely predstavené v predošlom výskume. Ukázali sme, ako je možné existujúce algoritmy upraviť a skĺbiť s naším novým vrstvomým modelom a zachovať ich paralelizovateľnosť.

Predstavili sme algoritmy simulujúce zliezanie pôd a premenu anorganických látok na organické – tieto procesy majú nezanedbateľný efekt na výzor hrebeňov hôr. Nie sme si vedomí predošlých implementácií týchto javov. Algoritmy plne využívajú možnosti poskytnuté našim vrstvomým modelom.

Ukázali sme aj fungovanie algoritmu simulujúceho nárazovú vodnú eróziu, pri ktorej je voda na rozdiel od predošlých implementácií schopná erodovať materiál aj zo susedných stĺpcov. Absencia tejto schopnosti spôsobovala nerealistické efekty v podobe neoderodovateľných prekážok vo vodných tokoch.

Využili sme možnosti ponúkané našim vrstvomým modelom a simulovali rôzne premeny hornín – ich rozdrobovanie vodou či koreňmi vegetácie. Simulovali sme základný model vegetácie, ktorý slúžil viac ako ukážka možností prepojenia simulátorov než ako realistický model výskytu rastlínstva. Jej efekty na pevnosť svahov sú badateľné, avšak v budúcnosti je vhodné použiť pokročilejšie metódy simulácie.

Pôvodným cieľom pri výbere témy bakalárskej práce bolo vytvorenie modelu schopného vytvoriť realisticky vyzerajúci terén stlačením jediného tlačidla. To sa ukázalo byť zložitejšie, než sme pôvodne predpokladali – v aktuálnej verzii doplnku pre Blender je potrebná istá súčinnosť užívateľa.

Jedným z našich cieľov bola aj simulácia tvorby a pohybu riečnych meandrov. Na to ale naše dostupné nástroje neboli postačujúce.

Dúfame, že budúci výskum sa bude uberať smerom sprístupnenia generátorov terénu širokej verejnosti, ktoré budú pracovať autonómnejšie než existujúce metódy.

Literatúra

- [BB18] Hamzah M. Beakawi Al-Hashemi and Omar S. Baghabra Al-Amoudi. A review on the angle of repose of granular materials. *Powder Technology*, 330:397–417, 2018.
- [BBC⁺11] Stefan Behnel, Robert Bradshaw, Craig Citro, Lisandro Dalcin, Dag Sverre Seljebotn, and Kurt Smith. Cython: The best of both worlds. *Computing in Science & Engineering*, 13(2):31–39, 2011.
- [Ben07] Bedřich Beneš. Real-time erosion using shallow water simulation. 2007.
- [Bey15] Hans Theobald Beyer. Implementation of a method for hydraulic erosion. Bachelor’s thesis, Technische Universität München, Munich, Germany, 2015.
- [BF01] Bedrich Benes and Rafael Forsbach. Layered data representation for visual simulation of terrain erosion. In *Proceedings Spring Conference on Computer Graphics*, pages 80–86. IEEE, 2001.
- [CBC⁺16] Guillaume Cordonnier, Jean Braun, Marie-Paule Cani, Bedrich Benes, Éric Galin, Adrien Peytavie, and Éric Guérin. Large scale terrain generation from tectonic uplift and fluvial erosion. *Computer Graphics Forum*, 35(2):165–175, 2016.
- [CDGCG03] F. Costard, L. Dupeyrat, E. Gautier, and E. Carey-Gailhardis. Fluvial thermal erosion investigations along a rapidly eroding river bank: application to the lena river (central siberia). *Earth Surface Processes and Landforms*, 28(12):1349–1359, 2003.
- [CGG⁺17] Guillaume Cordonnier, Eric Galin, James Gain, Bedrich Benes, Eric Guérin, Adrien Peytavie, and Marie-Paule Cani. Authoring landscapes by combining ecosystem and terrain erosion simulation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 36(4):1–12, 2017.
- [GB01] Guido Gottardi and Roy Butterfield. modelling ten years of downhill creep data. 01 2001.

- [Geo23] Geodetický a kartografický ústav Bratislava. Letecké laserové skenovanie, 2023. Dostupné online na <https://www.geoportal.sk/sk/zbgis/lls/>.
- [HR22] Brian Hawkins and Brian Ricks. Improving virtual pipes model of hydraulic and thermal erosion with vegetation considerations. *The Visual Computer*, 39:1–12, 05 2022.
- [HR23] Brian Hawkins and Brian Ricks. Improving virtual pipes model of hydraulic and thermal erosion with vegetation considerations. *The Visual Computer*, 39(7):2835–2846, 2023.
- [JT11] Balázs Jákó and Balázs Tóth. Fast Hydraulic and Thermal Erosion on GPU. In N. Avis and S. Lefebvre, editors, *Eurographics 2011 - Short Papers*. The Eurographics Association, 2011.
- [KBKŠ09] P. Krištof, B. Beneš, J. Křivánek, and O. Štava. Hydraulic erosion using smoothed particle hydrodynamics. *Computer Graphics Forum*, 28(2):219–228, 2009.
- [KMN88] Alex D Kelley, Michael C Malin, and Gregory M Nielson. Terrain simulation using a model of stream erosion. In *Proceedings of the 15th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 263–268, 1988.
- [MDH07] Xing Mei, Philippe Decaudin, and Bao-Gang Hu. Fast hydraulic erosion simulation and visualization on GPU. In *5th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications (PG'07)*. IEEE, 2007.
- [Mic23] Marek Michalovič. Simulácia erózie terénu. In *Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2023 Zborník príspevkov*, pages 302–303. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzita Komenského, Bratislava, 2023.
- [MKM89] F. K. Musgrave, C. E. Kolb, and R. S. Mace. The synthesis and rendering of eroded fractal terrains. In *Proceedings of the 16th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '89*, pages 41–50, New York, NY, USA, 1989. Association for Computing Machinery.
- [NWD05] Benjamin Neidhold, Markus Wacker, and Oliver Deussen. Interactive physically based fluid and erosion simulation. In *Eurographics workshop on natural phenomena*, pages 25–32, 2005.
- [OH95] James O'Brien and Jessica Hodgins. Dynamic simulation of splashing fluids. volume 95, pages 198–205, 220, 05 1995.

- [Per85] Ken Perlin. An image synthesizer. *ACM Siggraph Computer Graphics*, 19(3):287–296, 1985.
- [PGCG23] Axel Paris, Eric Guérin, Pauline Collon, and Eric Galin. Authoring and simulating meandering rivers. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 42(6):1–14, 2023.
- [PH93] Przemyslaw Prusinkiewicz and Mark Hammel. A fractal model of mountains with rivers. In *Proceeding of Graphics Interface '93*, pages 174–180, 1993.
- [RKD99] Joshua J. Roering, James W. Kirchner, and William E. Dietrich. Evidence for nonlinear, diffusive sediment transport on hillslopes and implications for landscape morphology. *Water Resources Research*, 35(3):853–870, 1999.
- [ŠBBK08] Ondřej Št'ava, Bedřich Beneš, Matthew Brisbin, and Jaroslav Křivánek. Interactive terrain modeling using hydraulic erosion. In *Proceedings of the 2008 acm siggraph/eurographics symposium on computer animation*, pages 201–210, 2008.
- [SPF⁺23] Hugo Schott, Axel Paris, Lucie Fournier, Eric Guérin, and Eric Galin. Large-scale terrain authoring through interactive erosion simulation. *ACM Transactions on Graphics*, 42(5):1–15, 2023.
- [WN14] Korneliusz K. Warszawski and Slawomir S. Nikiel. A proposition of erosion algorithm for terrain models with hardness layer. *Journal of Theoretical and Applied Computer Science*, 8(1):76–84, 2014.

Príloha A:

Náš doplnok pre Blender poskytujeme spolu s ukázkovým materiálom a `.blend` súborom v prílohe. K dispozícii je zdrojový kód a inštrukcie na jeho kopiláciu. Aktuálna verziu doplnku je dostupná v GitHub repozitári na adrese https://github.com/cxivo/terrain_erosion_simulator.