

Opité konečné automaty

Emma Pásztorová

Školitel: prof. RNDr. Rastislav Královič, PhD.

Opité konečné automaty

- ▶ Modifikácia dvojsmerných automatov
- ▶ Model inšpirovaný otázkou, čo by sa stalo, ak by automat vôbec nemal kontrolu nad pohybom svojej hlavy, ale naopak smer pohybu by dostával externe
- ▶ Model teda funguje podobne ako dvojsmerné automaty, no posledný smer pohybu hlavy je vstupom do prechodovej funkcie
- ▶ Automat používa koncové oddeľovače, aby nevystúpil mimo slova
- ▶ Ak automat prvýkrát číta pravý koncový oddeľovač, musí prejsť do príslušného akceptačného alebo zamietacieho stavu
- ▶ Venovala som sa sa deterministickej (ODKA) a nedeterministickej (ONKA) verzii tohto modelu

Úvod - Základné definície

Pre deterministickú verziu:

Slovo patrí jazyku akceptovanému ODKA $A \Leftrightarrow$ pre každú korektnú trajektóriu na slove skončí A v akceptačnom stave

Pre nedeterministickú verziu:

Slovo w patrí jazyku akceptovanému ONKA $A \Leftrightarrow$ pre každú korektnú trajektóriu na slove w existuje výpočet, v ktorom skončí A v akceptačnom stave

Úvod - Základné definície

Stavová zložitosť jazyka L pre model automatu M

Minimálny počet stavov potrebných na rozpoznanie jazyka L pomocou modelu M .

Gap medzi modelmi M_1 a M_2

Gap v stavovej zložitosti medzi dvoma modelmi M_1 a M_2 existuje, ak je možné nájsť postupnosť jazykov L_i , pre ktorú platí:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{sc(M_1, L_i)}{sc(M_2, L_i)} = 0$$

Exponenciálny gap medzi modelmi M_1 a M_2

Exponenciálny gap v stavovej zložitosti medzi dvoma modelmi M_1 a M_2 existuje, ak je možné nájsť konštantu $c > 1$ a postupnosť jazykov L_i , pre ktorú platí:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{sc(M_1, L_i)}{sc(M_2, L_i)} = 0 \quad \text{a zároveň} \quad sc(M_2, L_i) \geq c^{sc(M_1, L_i)}$$

Úvod - Motivácia

- ▶ Pre NKA a DKA vieme, že existuje exponenciálny gap.
- ▶ Pre 2NKA a 2DKA nevieme, či existuje exponenciálny gap.
- ▶ Kapoutsisova práca "Minicomplexity" naznačuje, že:
 - ▶ Exponenciálny gap medzi 2NKA a 2DKA by mohol za určitých podmienok prispieť k riešeniu problému L vs NL (DLOG vs NLOG).
 - ▶ Skúmajú sa rôzne modifikácie dvojsmerných automatov.

Ciele práce

V tejto práci som sa najprv venovala výpočtovej sile opitých automatov a následne porovnávaniu stavovej zložitosti štyroch modelov:

- ▶ Opité deterministické konečné automaty
- ▶ Opité nedeterministické konečné automaty
- ▶ Deterministické konečné automaty
- ▶ Nedeterministické konečné automaty

Výsledky: Stavová zložitosť

- ▶ ODKA aj ONKA akceptujú práve regulárne jazyky.
- ▶ Pri dokazovaní som využila konštrukciu na zostrojenie ekvivalentného ODKA k DKA:
 - ▶ Hlavná myšlienka: ODKA si v stave uchováva množinu stavov DKA, v ktorých sa mohol DKA pri čítaní rovnakého znaku nachádzať.
 - ▶ Zároveň si v stave pamätá naposledy prečítaný znak, ktorý využije na správnu generáciu množiny pri pohybe doľava.

Výsledky: Stavová zložitosť

Pre ľubovoľný regulárny jazyk L platí:

- ▶ Ak ho ODKA dokáže akceptovať pomocou n stavov, tak ho DKA dokáže akceptovať tiež pomocou n stavov.
- ▶ Ak ho ONKA dokáže akceptovať pomocou n stavov, tak ho ONKA dokáže akceptovať pomocou n stavov.
- ▶ Ak existuje DKA, ktorý akceptuje L s n stavmi, potom existuje ONKA, ktorý akceptuje L s $n \cdot (|\Sigma| + 1) + 1$ stavmi.

Výsledky: Exponenciálny gap

Ukázali sme, že:

- ▶ Existuje exponenciálny gap medzi ONKA a DKA
- ▶ Existuje exponenciálny gap medzi ONKA a ODKA

Výsledky: Jednoprvkové abecedy

Pre jednoprvkové abecedy sme ukázali:

- ▶ Ak DKA dokáže akceptovať jazyk L s n stavmi, tak ODKA dokáže tento jazyk akceptovať s $n + 1$ stavmi.
- ▶ Ak NKA dokáže akceptovať jazyk L s n stavmi, tak ONKA dokáže tento jazyk akceptovať s $O(n^2)$ stavmi.

Ďalšie výsledky

V rámci práce sa pre všeobecné abecedy ešte (ne)podarilo:

- ▶ Medzi DKA a ODKA a medzi NKA a ONKA sme nedokázali existenciu gapu.
- ▶ No uviedli sme príklady jazykov, pri ktorých je intuícia, že by mohli predstavovať gap medzi opitými automatmi a ich neopitými verziami.
- ▶ Uviedli sme aj príklady na jazyky, ktoré dokážu opité automaty riešiť pomocou rovnako veľa (prípadne + nejaká konštanta) stavov ako ich neopité verzie.

Budúce výskumy

Budúci výskum by mohol zahŕňať:

- ▶ Skúmanie ďalších potenciálnych gapov a preskúmanie obmedzení opitých konečných automatov.
- ▶ Štúdium ďalších modifikácií dvojsmerných automatov, ktoré by mohli ponúknuť nové pohľady a pomôcť určiť, či existuje exponenciálny gap medzi nedeterministickými a deterministickými dvojsmernými automatmi.