

Počítačové siete

Teoretické základy komunikácie

Fourierov rad

- Každá rozumná periodická funkcia $g(t)$ s periódou T sa dá nahradiť Fourierovým radom:

$$g(t) = \frac{1}{2}c + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin(2\pi n f t) + b_n \cos(2\pi n f t))$$

kde $f = 1/T$ je základná frekvencia a a_n a b_n sú amplitúdy n -tých harmonických zložiek.

Fourierov rad

- Na signál reprezentovaný funkciou $g(t)$ sa môžeme pozerat' ako na súčet (nekonečného množstva) signálov so sínusovým a kosínusovým priebehom s určitými frekvenciami a amplitúdami.
- Hodnota $a_n^2 + b_n^2$ je úmerná energii signálu vysielanej na frekvencii $nf = n/T$.
- Rozkladom signálu na harmonické zložky získame *frekvenčné spektrum* signálu.
- Spektrum vieme transformovať späť na (približný) priebeh signálu.

Fourierov rad

$$\int_0^T \sin(2\pi nft) dt = \left[\frac{-1}{2\pi nf} \cos(2\pi nft) \right]_0^T = \frac{-1}{2\pi nf} (\cos(2\pi n) - \cos 0) = 0$$

$$\int_0^T \cos(2\pi nft) dt = \left[\frac{1}{2\pi nf} \sin(2\pi nft) \right]_0^T = \frac{1}{2\pi nf} (\sin(2\pi n) - \sin 0) = 0$$

ak $n \neq k$:

$$\int_0^T \sin(2\pi kft) \sin(2\pi nft) dt = \frac{1}{4\pi f} \left[\frac{1}{k-n} \sin(2\pi(k-n)ft) - \frac{1}{k+n} \sin(2\pi(k+n)ft) \right]_0^T = 0$$

$$\int_0^T \cos(2\pi kft) \cos(2\pi nft) dt = \frac{1}{4\pi f} \left[\frac{1}{k-n} \sin(2\pi(k-n)ft) + \frac{1}{k+n} \sin(2\pi(k+n)ft) \right]_0^T = 0$$

$$\int_0^T \sin(2\pi kft) \cos(2\pi nft) dt = \frac{1}{4\pi f} \left[\frac{-1}{k-n} \cos(2\pi(k-n)ft) - \frac{1}{k+n} \cos(2\pi(k+n)ft) \right]_0^T = 0$$

ak $n = k$:

$$\int_0^T \sin(2\pi kft) \sin(2\pi nft) dt = \int_0^T \sin^2(2\pi nft) dt = \frac{1}{4\pi nf} \left[2\pi nft - \sin(2\pi nft) \cos(2\pi nft) \right]_0^T = \frac{T}{2}$$

$$\int_0^T \cos(2\pi kft) \cos(2\pi nft) dt = \int_0^T \cos^2(2\pi nft) dt = \frac{1}{4\pi nf} \left[2\pi nft + \sin(2\pi nft) \cos(2\pi nft) \right]_0^T = \frac{T}{2}$$

$$\int_0^T \sin(2\pi kft) \cos(2\pi nft) dt = \int_0^T \sin(2\pi nft) \cos(2\pi nft) dt = \frac{1}{4\pi nf} \left[\sin^2(2\pi nft) \right]_0^T = 0$$

Fourierov rad

$$g(t) = \frac{1}{2}c + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin(2\pi nft) + b_n \cos(2\pi nft))$$

$$\int_0^T g(t) dt = \int_0^T \frac{1}{2}c dt = \frac{1}{2}cT \quad \Rightarrow \quad c = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) dt$$

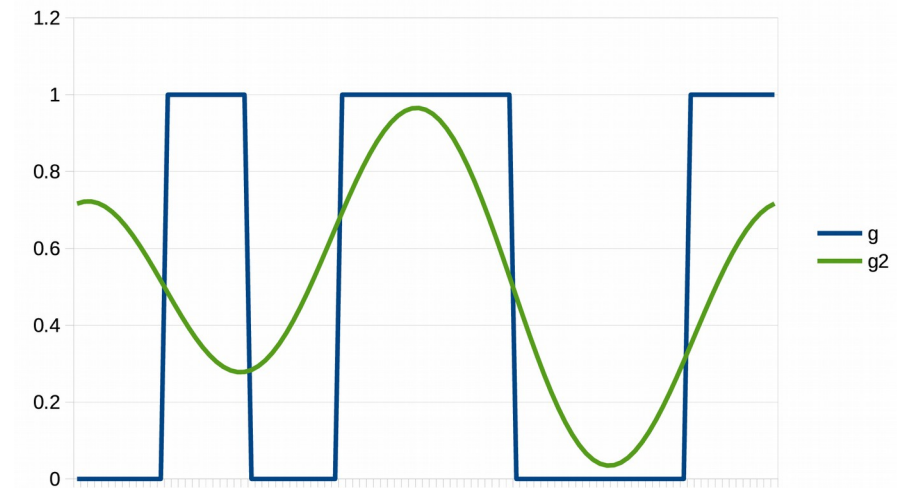
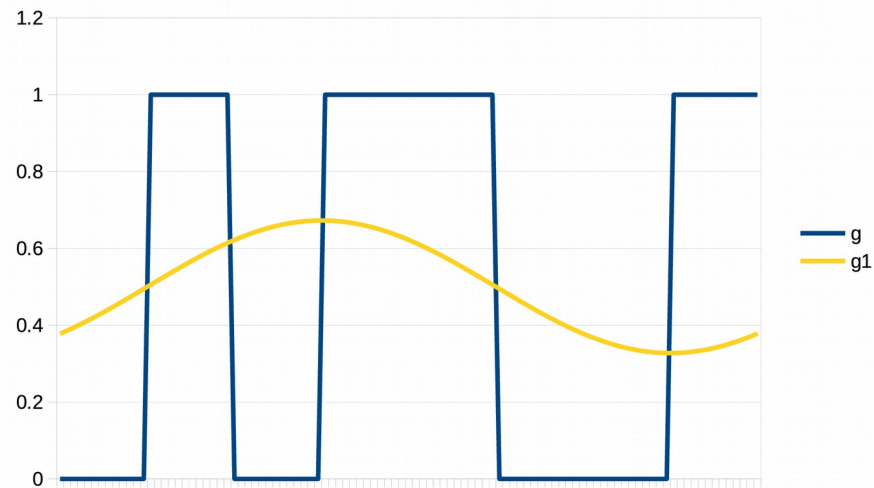
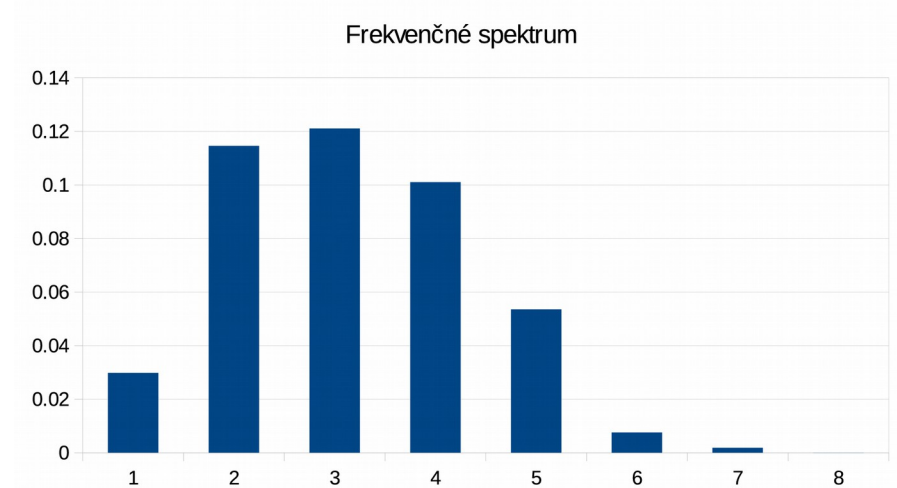
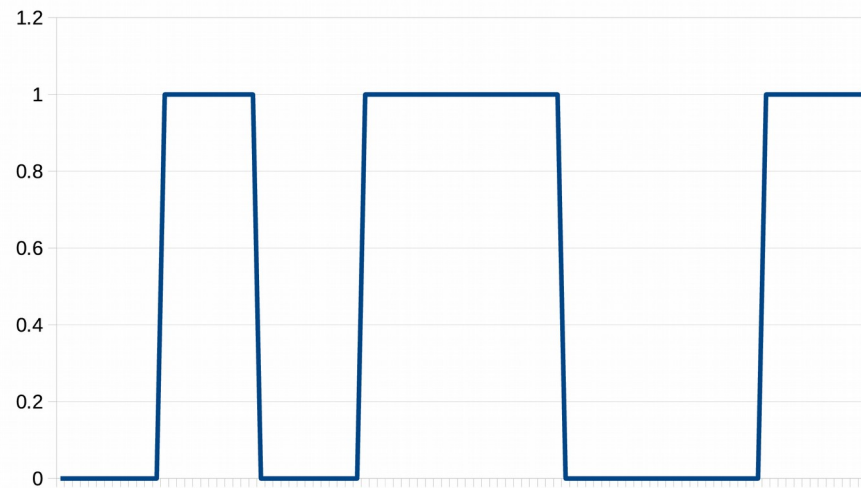
$$\int_0^T g(t) \sin(2\pi nft) dt = a_n \frac{T}{2} \quad \Rightarrow \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \sin(2\pi nft) dt$$

$$\int_0^T g(t) \cos(2\pi nft) dt = b_n \frac{T}{2} \quad \Rightarrow \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cos(2\pi nft) dt$$

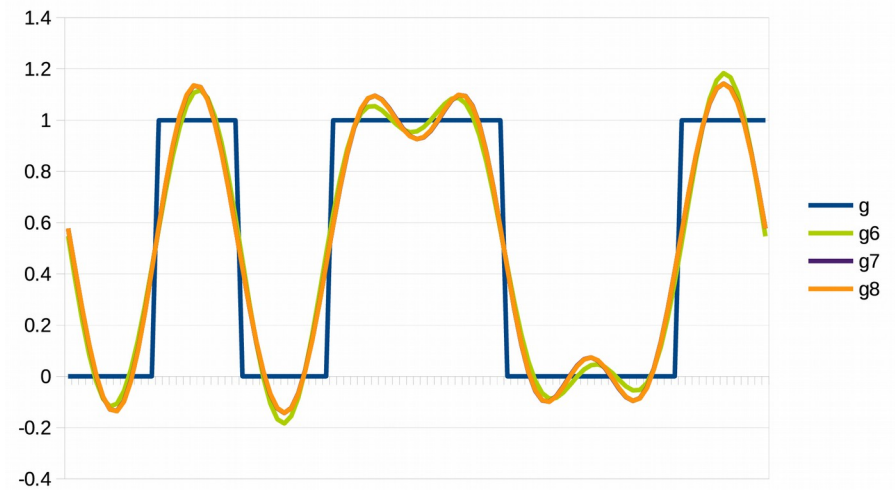
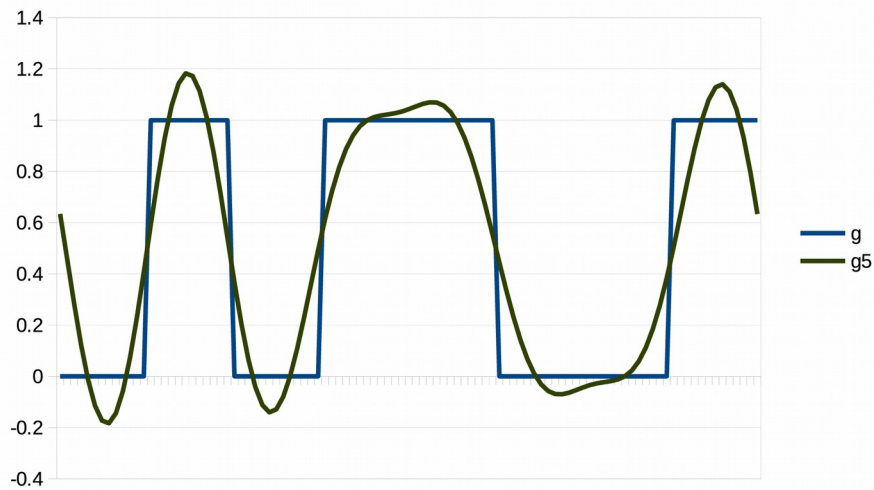
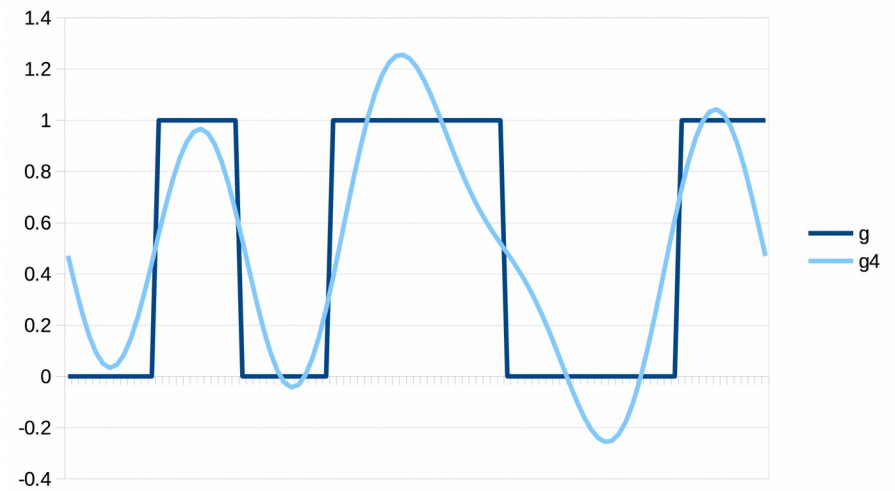
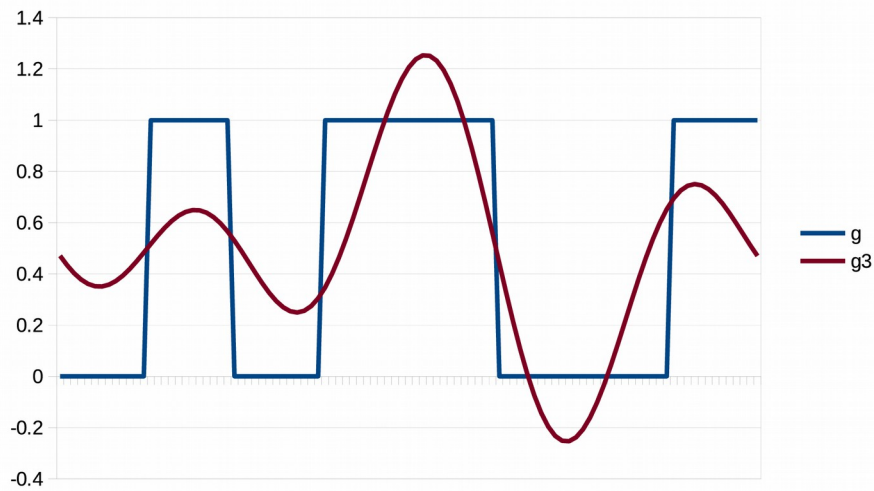
Prenos signálu cez kanál s obmedzeným pásmom

- ideálny kanál s neobmedzeným pásmom
 - dokáže bez útlmu preniesť akúkoľvek frekvenciu
 - prenesie všetky harmonické zložky
 - prenesie dokonale signál s akýmkoľvek priebehom
- reálny kanál má hraničnú frekvenciu
 - prirodzene alebo umelo spôsobenú
 - nedokáže preniesť frekvencie nad hraničnou
 - v realite to nie je ostrá hrana ale spojitý útlm
 - prenesie konečný počet harmonických zložiek

Prenos signálu cez kanál s obmedzeným pásmom



Prenos signálu cez kanál s obmedzeným pásmom



Prenosová rýchlosť

- počet bitov za sekundu – bps
 - 1 kbps = 1000 bps, 1 Mbps = 1000 kbps, 1 Gbps = 1000 Mbps
- baud
 - počet prenesených *symbolov* (rôznych hodnôt) za sekundu
 - pri kódovaní signálu len 2 úrovňami (1 bit/symbol) je baud = bps
 - pri k bitoch na symbol je rýchlosť v bps k -krát vyššia ako v baudoch
 - pri k bitoch na symbol treba 2^k rôznych symbolov

Maximálna prenosová rýchlosť

- Nyquist
 - Ak signál prejde bezšumovým kanálom s hraničnou frekvenciou H , na rekonštrukciu signálu treba a stačí $2H$ vzoriek za sekundu.
 - maximálna prenosová rýchlosť je $2H \log_2 V$
 - V je počet použitých symbolov (rôznych hodnôt signálu)
 - príklad:
 - $H = 3000$ Hz
 - $V = 2$: max data rate = 6000 bps
 - $V = 32$: max data rate = 30kbps

Maximálna prenosová rýchlosť

- Shanon
 - nech je pomer energie signálu a šumu S/N
 - typicky sa udáva v dB: $10 \log_{10}(S/N)$
 - max. prenosová rýchlosť je $H \log_2(1+S/N)$
 - bez ohľadu na to, koľko bitov na symbol kódujeme
 - príklad:
 - $S/N = 30\text{dB} = 1000$
 - $H = 3000 \text{ Hz}$
 - max rýchlosť = 30 kbps