

Druhá sada domácich úloh

Úlohy tejto sady je potrebné odovzdať **do stredy 4. apríla 2018, 14:00 SEČ** do obálky na dverách miestnosti M-249 alebo emailom. V riešeniach je nutné všetky vyslovené tvrdenia dokázať. Riešenie každej z úloh odovzdajte na samostatnom liste papiera.

1. Koná sa medzinárodná konferencia na ktorú prišlo 7 francúzov, 6 nemcov, 9 talianov, 8 číňanov a 5 slovákov. Koľkými spôsobmi ich môžeme posadiť za okrúly stôl, ak chceme, aby ľudia rovnakej národnosti sedeli pri sebe? To znamená že chceme, aby každá národnosť mala svoju "súvislú" časť stola. Záleží iba na poradí usadených, nie na otočení.
2. V jednom nemenovanom štáte sa konajú voľby. Voliči majú na výber medzi tromi kandidátmi - Supermanom, Herkulesom a Xenou. V tomto štáte majú nasledovný systém volieb. Občan pri vstupe do volebnej miestnosti obdrží n balíkov hlasovacích lístkov po 10 kusov, pričom n je nenulové prirodzené číslo. Lístky sú očíslované od 1 do $10n$. Vyplnené lístky volič odovzdá volebnej komisii, ktorá pozostáva z troch členov. Každý člen komisie si odovzdané lístky pozrie a vyhodí, ak prehlási hlasy za neplatné. Členovia komisie majú nasledovné kritériá:
 - Prvý člen komisie považuje lístky za platné, iba ak volič zahlasoval aspoň polovicou hlasov za Supermana.
 - Druhý člen komisie považuje lístky za platné, ak nájde aspoň jeden hlas za iného kandidáta ako Supermana.
 - Tretí člen komisie kontroluje len lístky s číslom deliteľným päťkou a vyžaduje, aby každý z týchto hlasov patril Supermanovi.

Koľkými rôznymi spôsobmi môže občan voliť, ak chce aby mu jeho hlasy nevyhodili? Výsledok môžete uviesť v tvare sumy.

3. Dokážte algebraicky alebo kombinatoricky identitu:

$$\sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{n}{n+1}$$