



Logika pre informatikov — Final (písomná časť skúšky)

8. júna 2023


Meno: _____

 Na vyriešenie testu máte **120 minút**.

 Riešenia úloh môžu získať plné hodnotenie, iba ak je ich postup **zrozumiteľný a zdôvodnený**.

 Test vypracujte samostatne iba použitím dovolených pomôcok.

✓ Na úspešné absolvovanie testu je potrebné získať **aspoň 10 bodov**.

 Ak v úlohe alebo riešení nie je uvedené inak, predpokladáme, že množina individuových premenných $\mathcal{V}_{\mathcal{L}}$ každého použitého prvorádového jazyka \mathcal{L} obsahuje všetky reťazce písmen nasledované číselnými indexmi, ktoré nie sú prvkami množín $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$, $\mathcal{F}_{\mathcal{L}}$ a $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$.


Úloha 1.

Hodnotenie: _____ / 5 b.

Sformalizujte nasledujúce tvrdenia v jazyku logiky prvého rádu \mathcal{L} s rovnosťou, kde $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{\text{zemiaky}\}$, $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{reštaurácia}^1, \text{krčma}^1, \text{varí}^2, \text{profesionál}^1\}$ a $\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \{\text{kuchár}^2, \text{špecialita}^1\}$.

Význam symbolov je nasledovný:

Predikátový symbol	Zamýšľaný význam	Funkčný symbol	Zamýšľaný význam
$\text{reštaurácia}(r)$	r je reštaurácia	$\text{kuchár}(r, j)$	(práve jeden) kuchár, čo varí v r jedlo j
$\text{krčma}(k)$	k je krčma	$\text{špecialita}(p)$	jedinečná ponuka podniku p
$\text{varí}(r, j)$	podnik r varí jedlo j		
$\text{profesionál}(p)$	p je profesionál		

 Pozor: kuchár^2 a špecialita^1 sú funkčné, nie predikátové symboly.

- Reštaurácie niečo varia, krčmy nie.
- Niektoré reštaurácie varia iba zemiaky.
- Každá reštaurácia varí svoju špecialitu.
- Ak niečo varia vo viacerých podnikoch, nie je to špecialitou žiadneho podniku.
- Každý kuchár varí v jedinej reštaurácii. (Krčmy nás nezaujímajú.)

Bonus za 1 bod: Kuchár je profesionál práve vtedy, keď v niektorej reštaurácii varí všetky jedlá, ktoré sa tam varia.

Úloha 2.

Hodnotenie: _____ / 5 b.


Majme teóriu $T = \{A_1, \dots, A_3\}$ v jazyku \mathcal{L} logiky prvého rádu s $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \emptyset$, $\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \{g^1, h^2\}$, $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{A^2, B^1\}$, kde:

$$A_1 = \forall x \exists y (\exists z A(z, x) \leftrightarrow \exists z B(z))$$

$$A_2 = \exists x \exists y \forall z (A(x, z) \wedge B(g(y)))$$

$$A_3 = \forall x \exists y (g(x) \doteq y \rightarrow \exists z A(y, h(x, z)))$$

Upravte T na ekvivalentnú kauzálnu teóriu $T' = \bigcup_{i=1}^3 T'_i$ vo vhodnom rozšírení \mathcal{L}' jazyka \mathcal{L} o skolemovské konštanty a funkcie. Zapište \mathcal{L}' a pre každú formulu A_i , $i = 1, \dots, 3$, zapište s ňou ekvivalentnú množinu klauzúl T'_i .

 Zapište aj kľúčové medzivýsledky úprav (NNF, premenovanie premenných, skolemizáciu, PNF). Medzivýsledok nemusíte písať, ak sa podstatne nelíši od pôvodnej formuly alebo predchádzajúceho medzivýsledku.

Úloha 3.

Hodnotenie: _____ / 5 b.

Uvažujme klauzálnu teóriu v jazyku \mathcal{L} , kde $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{\text{Fero}\}$, $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{pripravený}^1, \text{úspešný}^1, \text{učí_sa_s}^2\}$ a $\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \{\text{kamarát}^1\}$:

$$T = \{ \text{učí_sa_s}(\text{kamarát}(x), x) \vee \text{učí_sa_s}(\text{kamarát}(x), \text{kamarát}(\text{kamarát}(x))), \\ \neg \text{úspešný}(x) \vee \neg \text{učí_sa_s}(y, x) \vee \text{pripravený}(y), \\ \neg \text{pripravený}(x) \vee \text{úspešný}(x), \\ \neg \text{učí_sa_s}(x, y) \vee \text{učí_sa_s}(y, x) \}$$

a formulu

$$X = \left(\forall x \left((\text{pripravený}(\text{Fero}) \vee \text{úspešný}(x)) \wedge \text{pripravený}(\text{kamarát}(\text{kamarát}(x))) \right) \right. \\ \left. \rightarrow \text{úspešný}(\text{kamarát}(\text{Fero})) \right).$$

Dokážte pomocou rezolvenzie, že $T \models X$.Aby ste pomocou rezolvenzie dokázali vyplývanie, formulu X musíte správnym spôsobom použiť a upraviť.Symboly môžete skrátiteľ: $P := \text{pripravený}$, $U := \text{úspešný}$, $S := \text{učí_sa_s}$, $k := \text{kamarát}$, $F := \text{Fero}$.**Úloha 4.**

Hodnotenie: _____ / 5 b.

V jazyku \mathcal{L} , kde $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \emptyset$, $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{H^1, D^1, B^1, M^1\}$ a $\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \emptyset$ uvažujme teóriu:

$$T = \{ \forall x (H(x) \leftrightarrow D(x) \wedge B(x)), \\ \forall x (B(x) \leftrightarrow H(x) \vee M(x)), \\ \neg \exists x (H(x) \wedge M(x)), \\ \exists y M(y) \}$$

a formulu

$$X = \exists z (B(z) \wedge \neg D(z)).$$

Rozhodnite, či $T \models X$. Vyplývanie dokážte tablom alebo vyvráťte nájdením štruktúry, ktorá je kontrapríkladom.Možná interpretácia predikátov: H — human, M — maia, B — being, D — dies.