

Semestrálna písomka z UKTG

9. 4. 2025

Úloha 1. (16 bodov) Nech $F = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ je množina farieb a $H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ je množina hodnôt. Pod kartou rozumieme ľubovoľnú usporiadanú dvojicu z množiny $F \times H$. Určte počet všetkých 6-prvkových podmnožín kariet

- (1 b) bez ďalších obmedzení;
 - (2 b) ktoré majú všetky karty rovnakej farby;
 - (2 b) ktorých hodnoty sú navzájom rôzne;
 - (2 b) ktoré obsahujú aspoň jednu kartu farby a ;
 - (3 b) ktoré obsahujú práve tri rôzne farby, z každej po dve karty;
 - (3 b) ktoré obsahujú práve tri rôzne farby, z jednej farby jednu kartu, z druhej dve karty a z tretej tri karty.
- g) (3 b) Určte počet všetkých 20-prvkových multimnožín kariet, ktoré obsahujú každú kartu hodnoty 1 aspoň raz.
Výsledky uveďte v uzavretom tvare, teda bez súm, troch bodiek a pod. Vaše výsledky neformálne zdôvodnite.
-

Úlohy 2 a 3 odovzdajte na samostatnom papieri.

Úloha 2. (7 bodov) Koľko najmenej čísel z množiny $\{1, 2, \dots, 30\}$ musíme vybrať, aby medzi vybranými číslami zaručene existovali aspoň dve čísla a, b také, že $a - b \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$? (Pozor, medzi požadovanými rozdielmi nie je rozdiel 1.)

Úloha 3. (7 bodov) V závislosti od prirodzeného čísla n vypočítajte sumu

$$\sum_{k=0}^n k(k-1) \cdot 2^k \cdot \binom{n}{k}.$$

Semestrálna písomka z UKTG

9. 4. 2025

Úloha 1. (16 bodov) Nech $F = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ je množina farieb a $H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ je množina hodnôt. Pod kartou rozumieme ľubovoľnú usporiadanú dvojicu z množiny $F \times H$. Určte počet všetkých 6-prvkových podmnožín kariet

- (1 b) bez ďalších obmedzení;
 - (2 b) ktoré majú všetky karty rovnakej farby;
 - (2 b) ktorých hodnoty sú navzájom rôzne;
 - (2 b) ktoré obsahujú aspoň jednu kartu farby a ;
 - (3 b) ktoré obsahujú práve tri rôzne farby, z každej po dve karty;
 - (3 b) ktoré obsahujú práve tri rôzne farby, z jednej farby jednu kartu, z druhej dve karty a z tretej tri karty.
- g) (3 b) Určte počet všetkých 20-prvkových multimnožín kariet, ktoré obsahujú každú kartu hodnoty 1 aspoň raz.
Výsledky uveďte v uzavretom tvare, teda bez súm, troch bodiek a pod. Vaše výsledky neformálne zdôvodnite.
-

Úlohy 2 a 3 odovzdajte na samostatnom papieri.

Úloha 2. (7 bodov) Koľko najmenej čísel z množiny $\{1, 2, \dots, 30\}$ musíme vybrať, aby medzi vybranými číslami zaručene existovali aspoň dve čísla a, b také, že $a - b \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$? (Pozor, medzi požadovanými rozdielmi nie je rozdiel 1.)

Úloha 3. (7 bodov) V závislosti od prirodzeného čísla n vypočítajte sumu

$$\sum_{k=0}^n k(k-1) \cdot 2^k \cdot \binom{n}{k}.$$