

Cvičenie 1B: Výroky a kvantifikátory

Úloha 1. Pre každý z daných výrokov sformulujte niekoľko vyrokov v tvare implikácie („Ak ..., tak...“), ktoré sú s daným výrokom ekvivalentné alebo z neho vyplývajú:

- Nutnou podmienkou pre udelenie vodičského preukazu je úspešné absolvovanie skúšobného testu.
- Volieb do NRSR sa smú zúčastniť len plnoletí občania SR zapísaní do zoznamov voličov podľa príslušnej vyhlášky.
- Jediné párne prvočíslo je 2.
- Každé celé číslo, ktoré končí číslicou 6, je párne.

Úloha 2. Rozhodnite, ktoré výroky sú pravdivé. Svoje rozhodnutie zdôvodnite:

- | | |
|---|--|
| a) $(\exists x \in \mathbb{R}) (x \cdot 1 = x)$ | e) $(\exists x \in \mathbb{R}) (\exists y \in \mathbb{R}) (x \cdot y = 1)$ |
| b) $(\forall x \in \mathbb{R}) (x \cdot 1 = x)$ | f) $(\exists x \in \mathbb{R}) (\forall y \in \mathbb{R}) (x \cdot y = 1)$ |
| c) $(\exists x \in \mathbb{R}) (x \cdot x = 1)$ | g) $(\forall x \in \mathbb{R}) (\exists y \in \mathbb{R}) (x \cdot y = 1)$ |
| d) $(\forall x \in \mathbb{R}) (x \cdot x = 1)$ | h) $(\forall x \in \mathbb{R}) (\forall y \in \mathbb{R}) (x \cdot y = 1)$ |

Úloha 3. Rozhodnite, ktoré výroky sú pravdivé. Svoje rozhodnutie zdôvodnite:

- | | |
|--|---|
| a) $(\exists n \in \mathbb{N}) (\exists k \in \mathbb{N}) (k > n)$ | d) $(\exists n \in \mathbb{N}) (\exists k \in \mathbb{N}) (k \mid n)$ |
| b) $(\forall n \in \mathbb{N}) (\exists k \in \mathbb{N}) (k > n)$ | e) $(\forall n \in \mathbb{N}) (\exists k \in \mathbb{N}) (k \mid n)$ |
| c) $(\exists n \in \mathbb{N}) (\forall k \in \mathbb{N}) (k > n)$ | f) $(\exists n \in \mathbb{N}) (\forall k \in \mathbb{N}) (k \mid n)$ |

Úloha 4. Zapíšte matematickou formulou (bez ohľadu na pravdivosť výrokov):

- Pripočítaním nuly sa žiadne reálne číslo nezmení.
- Existuje párne číslo, ktoré je väčšie ako 7.
- Každé celé číslo deliteľné desiatimi je deliteľné aj dvomi.
- Každé číslo deliteľné desiatimi je deliteľné aj dvomi.
- Žiadne číslo deliteľné tromi nie je párne.
- Ľubovoľne malé kladné reálne číslo vieme zdola aproximovať kladným racionálnym číslom.
- Ľubovoľné reálne číslo vieme napísať ako súčet celého čísla a nezáporného reálneho čísla menšieho ako 1.
- Existuje najmenšie celé číslo.
- Súčin dvoch nepárnych celých čísel je nepárne celé číslo.
- Každé číslo deliteľné šiestimi je párne.
- Súčet ľubovoľných troch za sebou idúcich celých čísel je deliteľný tromi.
- Medzi ľubovoľnými dvomi racionálnymi číslami je nejaké iracionálne.

m) (*) Existuje práve jedno párne celé číslo.

n) (*) Prvočísel je nekonečne veľa.

o) (*) Pre každé celé čísla a, d ($d \neq 0$) vieme jednoznačne určiť zvyšok čísla a po delení číslom d .