

## Cvičenie 2A: Kvantifikované výroky

**Úloha 2A.1.** Určte pravdivostnú hodnotu výrokov

- a)  $3 + 4 = 15 \Rightarrow 3 + 2 = 6$
- b)  $3 + 3 = 6 \Rightarrow 3 + 4 = 9$
- c) Ak voda vriete pri  $100^\circ$ , potom zamrzá pri  $10^\circ$ .
- d) Ak je dnes piatok, tak máme cvičenia z Diskrétnej matematiky.
- e)  $(\exists x \in \mathbb{Z})(x = 5) \Rightarrow (\forall y \in \mathbb{Z})(y = 5)$
- f)  $(\exists x \in \mathbb{Z})(x = 5) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{Z})(x = 5)$

**Úloha 2A.2.** Znegujte nasledovné výroky:

- a)  $(\exists n \in \mathbb{N})(42 < n < 47)$
- b)  $(\forall a \in \mathbb{N}^+)(\exists b \in \mathbb{N})(\forall c \in \mathbb{N})(c > b \Rightarrow c^a < 2^c)$
- c)  $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R})[(a \notin \mathbb{Q} \wedge b > 0) \Rightarrow (\exists c \in \mathbb{Q})(|a - c| < b)]$
- d)  $(\forall a \in \mathbb{N})[(\exists b \in \mathbb{N})(a = b^2) \Rightarrow [(\forall c \in \mathbb{N})(a \neq 3c) \Rightarrow (\exists d \in \mathbb{N})(a + 2 = 3d)]]$
- e)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})[(x > 0 \wedge y > 0) \Rightarrow (\exists c \in \mathbb{R})[c = x \cdot y \Rightarrow [(\forall z \in \mathbb{R})(z > c \Rightarrow z > 0)]]]$

**Úloha 2A.3.** Akú pravdivostnú hodnotu majú výroky  $(\forall x \in M)a(x)$ ,  $(\exists x \in M)a(x)$  ak  $M$  je a) jednoprvková množina b) prázdna množina?

**Úloha 2A.4.** Zostavte výrokové formy, ktoré budú hovoriť nasledovné:

- a)  $e(a)$ :  $a$  je párne číslo
- b)  $d \mid a$ : číslo  $a$  je deliteľné číslom  $d$ .
- c)  $a \bmod d = z$ :  $a$  dáva zvyšok  $z$  po delení číslom  $d$
- d)  $p(x)$ :  $x$  je prvočíslo
- e)  $(*)$   $d$  je najväčší spoločný deliteľ čísel  $a, b$

*Poznámka.* Premenné použité v týchto výrokových formách môžu byť väčšinou brané len z niektorých množín (napr. celé čísla). Tieto zamlčané podmienky si doplňte podľa toho, ako sú známe.

**Úloha 2A.5.** (Z cvičenia 1B) Zapíšte matematickou formulou (bez ohľadu na pravdivosť výrokov):

- a) Pripočítaním nuly sa žiadne reálne číslo nezmení.
- b) Existuje párne číslo, ktoré je väčšie ako 7.
- c) Každé celé číslo deliteľné desiatimi je deliteľné aj dvomi.
- d) Každé číslo deliteľné desiatimi je deliteľné aj dvomi.
- e) Žiadne číslo deliteľné tromi nie je párne.
- f) Ľubovoľne malé kladné reálne číslo vieme zdola aproximovať kladným racionálnym číslom.

- g) Ľubovoľné reálne číslo vieme napísať ako súčet celého čísla a nezáporného reálneho čísla menšieho ako 1.
- h) Existuje najmenšie celé číslo.
- i) Súčin dvoch nepárnych celých čísel je nepárne celé číslo.
- j) Každé číslo deliteľné šiestimi je párne.
- k) Súčet ľubovoľných troch za sebou idúcich celých čísel je deliteľný tromi.
- l) Medzi ľubovoľnými dvomi racionálnymi číslami je nejaké iracionálne.
- m) (\*) Existuje práve jedno párne celé číslo.
- n) (\*) Prvočísel je nekonečne veľa.
- o) (\*) Pre každé celé čísla  $a, d$  ( $d \neq 0$ ) vieme jednoznačne určiť zvyšok čísla  $a$  po delení číslom  $d$ .

**Úloha 2A.6.** Zistite, či nasledovné tvrdenia sú tautológie

- a)  $[(A \Rightarrow B) \wedge (C \vee D) \wedge ((\neg A \wedge C) \Rightarrow E)] \Rightarrow [\neg B \Rightarrow (E \vee D)],$
- b)  $[(\neg A \Rightarrow B) \vee (C \wedge D) \vee (E \wedge \neg C \wedge \neg A)] \Rightarrow [(\neg B \wedge \neg C) \Rightarrow A],$
- c)  $[(\neg A \Rightarrow B) \vee (C \wedge D) \vee (E \wedge \neg C \wedge A)] \Rightarrow [(\neg B \wedge \neg C) \Rightarrow A],$
- d)  $[(A \Rightarrow B) \wedge (\neg B \vee C)] \Rightarrow [((C \Rightarrow D) \wedge A) \Rightarrow D]$
- e)  $(A \wedge \neg B) \vee [((\neg C \vee D) \wedge (A \vee \neg E) \wedge (F \vee \neg G))] \Rightarrow (D \vee \neg E)$
- f)  $(A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg B \Rightarrow (D \wedge \neg E)) \vee (\neg C \wedge D \wedge E) \vee (D \Rightarrow (\neg A \wedge C)).$