

Cvičenie 7B: Enumerácie III

Úloha 7B.1. Cauchyho sčítací vzorec. (len druhá skupina)

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} \binom{m}{i} \binom{n}{k-i} = \binom{m+n}{k}.$$

→ **Úloha 7B.2.** Na salaši chovajú ovce z deviatich plemien (nekonečne veľa ovcí z každého plemena). Ovce rovnakého plemena sú navzájom neodlíšiteľné. Koľko rôznych jedálničkov má k dispozícii medveď, ktorý chce zjesť presne päť ovcí?

→ **Úloha 7B.3.** Koľko rôznych jedálničkov má k dispozícii medveď z predchádzajúcej úlohy v prípade, že sa rozhodol držať diétu a zjesť *najviac* štyri ovce?

→ **Úloha 7B.4.** Uvažujme rovnicu

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k,$$

kde $n, k \in \mathbb{N}$. Nájdite počet riešení tejto rovnice v prirodzených číslach a v nenulových prirodzených číslach.

→ **Úloha 7B.5.** Uvažujme nerovnosť

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq k,$$

kde $n, k \in \mathbb{N}$. Nájdite počet riešení tejto nerovnosti v prirodzených číslach a v nenulových prirodzených číslach.

→ **Úloha 7B.6.** Koľko prešmyčiek je možné vytvoriť zo slova ANTANANARIVO?

→ **Úloha 7B.7.** Určte počet 7-ciferných čísel, ktoré majú cifry

- v klesajúcom poradí,
- v rastúcom poradí,
- v nerastúcom poradí,
- v neklesajúcom poradí.

Úloha 7B.8. Koľkými rôznymi spôsobmi môžeme rozdeliť 10 cukríkov medzi 5 detí?

Úloha 7B.9. V obchode majú 13 druhov keksíkov. Chceme si kúpiť 24 keksíkov tak, aby sme z každého druhu kúpili aspoň jeden. Koľkými spôsobmi to vieme spraviť?

→ **Úloha 7B.10.** Katka, Lenka, Norbert, Marek a Oľga nazbierali 47 nerozlíšiteľných jabĺk. Chcú si ich rozdeliť tak, že Katka a Lenka dostanú párny počet jabĺk a Norbert, Marek a Oľga dostanú nepárny počet jabĺk. Koľkými spôsobmi to môžu spraviť?

Úloha 7B.11. Na policičke je za sebou uložených 12 kníh. Koľkými spôsobmi možno vybrať spomedzi nich 5 tak, aby sme nevybrali žiadne dve vedľa seba?

Úloha 7B.12. Máme 52 kariet: 26 červených a 26 modrých. Koľkými spôsobmi možno z nich vybrať podmnožinu tak, aby v nej bol rovnaký počet červených a modrých kariet?

Úloha 7B.13. Koľkými riešeniami v obore celých čísel má rovnica $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32$

- ak $x_1 \geq -2, x_i \geq 0, 2 \leq i \leq 4$?
- ak $x_1 \geq -2, x_2 \geq 2, x_3 > 0, x_4 \geq -1$?