

Cvičenie 5A: Enumerácie I

Úlohy na cvičenie

Úloha 1. Automobilka vyrába vozidlá istej značky v štyroch modeloch, dvanástich farbách, troch veľkostiach motora a dvoch rôznych typov prevodovky.

- a) Koľko rôznych áut sa dá vyrobiť?
- b) Ak v jednom z modelov, pri dvoch veľkostiach motora používali podvodný softvér, v koľkých vozidlách modrej, striebornej a bielej farby sa musí vykonať kontrola?

→ **Úloha 2.** V istom štáte štátnu poznávaciu značku tvoria 3 písmená a 4 číslice (v tomto poradí). Koľko poznávacích značiek má štát k dispozícii?

Úloha 3. Aký je počet všetkých štvorciferných čísel deliteľných číslom 4, ktoré obsahujú len cifry 1, 2, 3, 4, 5?

→ **Úloha 4.** Koľko písmen má Morseova abeceda, ktorá používa symboly bodku a čiarku v jedno- až štvormiestnych skupinách, pričom každý symbol sa môže opakovať?

→ **Úloha 5.** Koľko existuje dvojciferných čísel zložených z cifier 1, 3, 5, 7, 9, ktoré obsahujú rôzne cifry?

→ **Úloha 6.** O telefónnom čísle priateľa vieme, že je 6-miestne, neopakujú sa v ňom žiadne cifry, začína cifrou 7 a je deliteľné číslom 25. Koľko telefónnych čísel pripadá do úvahy?

→ **Úloha 7.** S pripomienkami k zákonu chce v parlamente vystúpiť 6 poslancov A, B, C, D, E, F.

- a) Koľko je možných poradí vystúpení?
- b) Koľko je poradí, v ktorých vystupuje A ihneď po E?
- c) Koľko je poradí, v ktorých vystupuje A po E?

Úloha 8. Výbor matematického klubu tvorí 6 mužov a 4 ženy.

- a) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka? (Každú z týchto funkcií musí zastávať iný človek.)
- b) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka tak, aby predsedom bola žena a podpredsedom muž?
- c) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka tak, aby práve jeden z nich bola žena?

→ **Úloha 9.** Janko sa hrá so šachovnicou.

- a) Koľkými spôsobmi si môže vybrať 12 čiernych políčok, na ktoré si položí (rovnaké) kamienky?
- b) Koľkými spôsobmi si môže vybrať 12 čiernych aj 12 bielych políčok, na ktoré si položí (rovnaké) kamienky?

→ **Úloha 10.** V Športke sa ťahá 7 čísel zo 49. Z nich je šesť čísel riadnych a jedno dodatkové. Koľko existuje rôznych ťahov, ak nezáleží na poradí vytiahnutých riadnych čísel, ale záleží na rozdieli medzi riadnym a dodatkovým číslom?

- **Úloha 11.** Koľkými spôsobmi je možné vybrať skupinu šiestich ľudí zo siedmich mužov a štyroch žien tak, aby v skupine boli a) práve 2 ženy, b) aspoň 2 ženy?
- **Úloha 12.** Koľko existuje slov zložených z 5 písmen anglickej abecedy (nie nutne zmysluplných), ktoré obsahujú aspoň jedno písmeno a ?
- Úloha 13.** Koľko priamok je určených šiestimi rôznymi bodmi ak žiadne 3 z nich neležia na jednej priamke?
- **Úloha 14.** Do firmy s 8 zamestnancami prišla ponuka na školenie. Koľkými spôsobmi možno vybrať skupinu (množinu) zamestnancov, ktorí sa zúčastnia školenia?
- **Úloha 15.** Koľkými spôsobmi možno rozdeliť 25 žiakov na dva tímy veľkostí postupne 12 a 13 žiakov?
- **Úloha 16.** Koľkými spôsobmi možno rozdeliť 26 žiakov na dva tímy po 13 žiakov?

Ľahké úlohy na precvičenie

Úlohy z tejto sekcie sú ľahké. Po prerátaní cvík by vám nemali robiť problémy. No ak potrebujete si preriešiť ďalšie ľahké úlohy, tu ich máte dost.

Úloha 17. Najnovší model lopaty vyrábajú v šiestich výkonnostných a v troch energetických kategóriách, pričom ku každej z výkonnostných kategórií je k dispozícii každá z energetických kategórií. Koľko variantov je na trhu celkovo?

Úloha 18. Medveď sa ráno zdržuje pri salaši S_1 , na obed pri salaši S_2 a večer pri salaši S_3 . Na salaši S_1 majú tridsať oviec, na salaši S_2 sto oviec a na salaši S_3 päťdesiat oviec (všetky ovce sú rozlíšiteľné). Medveď si chce dať na raňajky, obed aj večeru práve jednu ovcu. Koľko rôznych jedálničkov má k dispozícii?

Úloha 19. Nájdite počet všetkých štvorciferných čísel.

Úloha 20. Nájdite počet všetkých čísel, ktoré majú aspoň tri cifry a najviac päť cifier.

Úloha 21. Nájdite počet všetkých čísel, ktoré majú aspoň tri cifry, najviac päť cifier a rovnaké posledné dve cifry.

Úloha 22. Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen $\{a, b, c, d\}$, ktoré začínajú písmenom a alebo b ?

Úloha 23. Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen $\{a, b, c, d\}$, ktoré sa buď začínajú na a , alebo sa súčasne nezačínajú na a a končia na c ?

Úloha 24. Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen $\{a, b, c, d\}$, ktoré obsahujú dva po sebe idúce výskyty písmena b a žiaden ďalší výskyt písmena b ?

Úloha 25. Nech $X = \{1, \dots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X ?

Úloha 26. Nech $X = \{1, \dots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X , ktoré začínajú párnym číslom?

Úloha 27. Nech $X = \{1, \dots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X , ktoré začínajú nepárnym číslom?

Úloha 28. Nech $X = \{1, \dots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X , ktoré majú všetky prvky rôzne?

Úloha 29. Nech $X = \{1, \dots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X , ktoré majú všetky prvky rôzne a súčasne začínajú párnym číslom?

Úloha 30. Nech $X = \{1, \dots, 100\}$. Koľko je všetkých aspoň 97-prvkových postupností prvkov z množiny X , ktoré majú všetky prvky rôzne?

Úloha 31. Nájdite počet kladných deliteľov čísla $3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 11^8$.

Úloha 32. Nájdite počet kladných deliteľov čísla $3^4 \cdot 4^5 \cdot 6^2 \cdot 7^6$.

Úloha 33. Nech $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$. Nájdite počet všetkých n -ciferných čísel deliteľných číslom 5.

Úloha 34. Koľko je 20-prvkových postupností zložených z písmen $\{a, b\}$, ktoré obsahujú rovnaký počet oboch písmen?

Úloha 35. Koľko je 20-prvkových postupností zložených z písmen $\{a, b\}$, ktoré obsahujú práve 7 výskytov písmena a ?

Úloha 36. Koľko je 20-prvkových postupností zložených z písmen $\{a, b, c\}$, ktoré obsahujú práve 6 alebo 7 výskytov písmena a ?

Úloha 37. Nech $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Koľko existuje všetkých n -prvkových postupností zložených z písmen $\{a, b, c, d\}$, ktoré sa nekončia trojicou rovnakých písmen?

Úloha 38. Nech $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$. Nájdite počet všetkých n -ciferných čísel, ktoré nie sú deliteľné číslom 4.

Úloha 39. Koľkými spôsobmi možno ofarbiť políčka štvorcovej mriežky o rozmeroch $n \times n$ dvoma farbami (bielou a čiernou) tak, aby bol v každom riadku aj stĺpci párný počet bielych políčok?

Výsledky úloh

7. a) $6!$, b) $5!$, c) $6!/2$

8. a) $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$, b) $6 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7$, c) $4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$

9. a) $\binom{32}{12}$, b) $\binom{32}{12}^2$

10. $\binom{49}{7} \cdot 7$

11. a) $\binom{4}{2} \binom{7}{4}$

b) $\binom{4}{2} \binom{7}{4} + \binom{4}{3} \binom{7}{3} + \binom{4}{4} \binom{7}{2} = \binom{11}{6} - \binom{4}{0} \binom{7}{6} - \binom{4}{1} \binom{7}{5}$

12. $26^5 - 25^5$

13. $\binom{6}{2}$

14. 2^8

17. $6 \cdot 3 = 18$

18. $30 \cdot 100 \cdot 50 = 150\,000$

19. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9\,000$

20. $9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^4 = 99\,900$

21. 9990
22. $2 \cdot 4^4 = 512$
23. $4^4 + 3 \cdot 4^3 = 448$
24. $3^3 + 3^3 + 3^3 + 3^3 = 108$
25. 100^{20}
26. $50 \cdot 100^{19}$
27. $50 \cdot 100^{19}$
28. 100^{20}
29. $50 \cdot 99^{19}$
30. $100^{97} + 100^{98} + 100^{99} + 100^{100}$
31. $6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9 = 810$
32. 13 · 7 · 7 delitel'ov ($3^4 \cdot 4^5 \cdot 6^2 \cdot 7^6 = 2^{12} \cdot 3^6 \cdot 7^6$)
33. $9 \cdot 10^{n-2} \cdot 2$ ($n \geq 2$)
34. $\binom{20}{10}$
35. $\binom{20}{7}$
36. $\binom{20}{6} \cdot 2^{14} + \binom{20}{7} \cdot 2^{13}$
37. $4^n - 4^{n-2}$
38. $9 \cdot 10^{n-1} - 9 \cdot 10^{n-3} \cdot 25$ (pre $n \geq 3$)
39. $2^{(n-1)^2}$