

Cvičenie 8A: Enumerácie III

→ **Úloha 1.** Na salaši chovajú ovce z deviatich plemien (nekonečne veľa ovcí z každého plemena). Ovce rovnakého plemena sú navzájom neodlíšiteľné. Koľko rôznych jedálničkov má k dispozícii medveď, ktorý chce zjesť presne päť ovcí?

→ **Úloha 2.** Koľko rôznych jedálničkov má k dispozícii medveď z predchádzajúcej úlohy v prípade, že sa rozhodol držať diétu a zjesť *najviac* štyri ovce?

→ **Úloha 3.** Uvažujme rovnicu

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k,$$

kde $n, k \in \mathbb{N}$. Nájdite počet riešení tejto rovnice v prirodzených číslach a v nenulových prirodzených číslach.

→ **Úloha 4.** Uvažujme nerovnosť

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq k,$$

kde $n, k \in \mathbb{N}$. Nájdite počet riešení tejto nerovnosti v prirodzených číslach a v nenulových prirodzených číslach.

→ **Úloha 5.** Koľko prešmyčiek je možné vytvoriť zo slova ANTANANARIVO?

→ **Úloha 6.** Určte počet 7-ciferných čísel, ktoré majú cifry

a) v klesajúcom poradí,

b) v rastúcom poradí,

c) v nerastúcom poradí,

d) v neklesajúcom poradí.

Úloha 7. Koľkými rôznymi spôsobmi môžeme rozdeliť 10 cukríkov medzi 5 detí?

Úloha 8. V obchode majú 13 druhov keksíkov. Chceme si kúpiť 24 keksíkov tak, aby sme z každého druhu kúpili aspoň jeden. Koľkými spôsobmi to vieme spraviť?

→ **Úloha 9.** Katka, Lenka, Norbert, Marek a Oľga nazbierali 47 nerozlíšiteľných jabĺk. Chcú si ich rozdeliť tak, že Katka a Lenka dostanú párny počet jabĺk a Norbert, Marek a Oľga dostanú nepárny počet jabĺk. Koľkými spôsobmi to môžu spraviť?

Úloha 10. Na policičke je za sebou uložených 12 kníh. Koľkými spôsobmi možno vybrať spomedzi nich 5 tak, aby sme nevybrali žiadne dve vedľa seba?

Úloha 11. Máme 52 kariet: 26 červených a 26 modrých. Koľkými spôsobmi možno z nich vybrať podmnožinu tak, aby v nej bol rovnaký počet červených a modrých kariet?

Úloha 12. Koľkými riešeniami v obore celých čísel má rovnica $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32$

a) ak $x_1 \geq -2, x_i \geq 0, 2 \leq i \leq 4$?

b) ak $x_1 \geq -2, x_2 \geq 2, x_3 > 0, x_4 \geq -1$?

Výsledky

1. $\binom{13}{5}$
2. $\binom{13}{4}$
3. v \mathbb{N} : $\binom{n+k-1}{k}$, v \mathbb{N}^+ : $\binom{k-1}{k-n}$
4. v \mathbb{N} : $\binom{n+k}{k}$, v \mathbb{N}^+ : $\binom{k}{n}$
5. $\frac{12!}{4! \cdot 3!}$
6. a) $\binom{10}{7}$, b) $\binom{9}{7}$, c) $\binom{9+7}{7} - 1$, d) $\binom{8+7}{7}$
9. $\binom{5+22-1}{22} = \binom{26}{22} = 14\,950$, 2. sada D. Ú. 2019/20
10. $\binom{8}{5} = 56$
11. $\sum_{k=0}^{26} \binom{26}{k} \binom{26}{k} = \binom{52}{26}$