

Cvičenie 11A: Zobrazenia

Úloha 1. O nasledovných reláciách rozhodnite, či sú zobrazením:

- a) relácia S na \mathbb{R} , kde $xSy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$
- b) relácia T na \mathbb{N} , kde $aTb \Leftrightarrow a = 3b$
- c) relácia U na \mathbb{N} , kde $aTb \Leftrightarrow 3a = b$

→ **Úloha 2.** Uvažujme zobrazenie $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ dané predpisom

$$f(x) = 3 + \frac{8}{2x + 4}.$$

Je zobrazenie injektívne? Je surjektívne? Nájdite množinu B tak, aby zobrazenie $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow B$ s rovnakým predpisom bolo bijekciou.

Úloha 3. Zistite, či nasledovné zobrazenia sú injekcie, surjekcie a bijekcie:

- a) $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f((a, b)) = a^2 + b$
- b) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $f(n) = (2n + 3, n^2 + 7)$
- c) $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f((a, b)) = 2^a 3^b$
- d) $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$, $f(A) = A \cup \{47\}$
- e) $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, $f((a, b)) = (3b + 5, 2a - 3)$
- f) $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, $f((a, b)) = (a + b, a - b)$
- g) $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$, $f(A) = \mathbb{N} - A$
- h) $f: \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \mathbb{N}$, $f(A) = \sum_{x \in A} x$
- i) $f: \mathcal{P}(\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}) \rightarrow \mathbb{N}$, $f(A) = \sum_{x \in A} x$
- j) $f: \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}$, $f(A) = \sum_{x \in A} x$

→ **Úloha 4.** Nech A, B sú konečné množiny, pričom $|A| = a$, $|B| = b$. V závislosti od čísel a, b určte, koľko je

- a) zobrazení z množiny A do množiny B
- b) injektívnych zobrazení z množiny A do množiny B
- c) surjektívnych zobrazení z množiny A do množiny B
- d) bijektívnych zobrazení z množiny A do množiny B

Úloha 5. Nájdite bijekciu medzi množinami.

- a) $\langle 17, 42 \rangle$ a $\langle -47, 15 \rangle$
- b) \mathbb{N} a \mathbb{N}^+

- c) \mathbb{N} a $\{n \in \mathbb{N}; n \geq 47\}$
- d) \mathbb{N} a \mathbb{Z}
- e) \mathbb{N} a $\mathbb{N} \times \{0, 1, 2\}$
- f) \mathbb{N} a $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$
- g) \mathbb{N} a \mathbb{Q}
- h) \mathbb{N} a $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$
- i) \mathbb{N} a \mathbb{N}^n

Úloha 6. Nech f je injektívne zobrazenie z množiny A do množiny B . Nájdite injektívne zobrazenie z $\mathcal{P}(A)$ do $\mathcal{P}(B)$.

Úloha 7. Nech f je symetrická relácia na množine A , ktorá je zároveň zobrazením. Dokážte, že f je bijekcia.