

## 2. sada domácich úloh

Termín odovzdania: štvrtok 2. 11. 2023, 12:00

**Úloha 1.** (1,5 boda) Máme 3 tyče označené  $A, B, C$  a  $2n$  diskov, ktoré sú všetky umiestnené na tyči  $A$  a v poradí zhora nadol sú očíslované  $1, 1, 2, 2, \dots, n, n$ . V jednom ťahu môžeme vziať vrchný disk z ľubovoľnej tyče a umiestniť ho na vrch ľubovoľnej inej tyče, avšak nesmieme pritom položiť disk s väčším číslom na disk s menším číslom. (Disky s rovnakými číslami na seba môžeme ukladať.) Dokážte, že pomocou  $2^{n+1} - 2$  ťahov vieme všetky disky z tyče  $A$  premiestniť na tyč  $B$ .

**Bonus.** (1 bod) Napíšte program, ktorý zo vstupu načíta číslo  $n$  a vypíše postupnosť ťahov, ktorá presunie disky z tyče  $A$  na tyč  $B$ . Každý ťah bude v samostatnom riadku, ktorý bude tvaru  $XY$ , ktorý znamená, že z tyče  $X$  presúvame disk na tyč  $Y$ .

**Úloha 2.** (1,5 boda) Výber niekoľkých množín nazývame *podozrivým*, pokiaľ niektorá z vybraných množín je podmnožinou inej vybranej množiny. Nájdite najväčšie také celé číslo  $k$ , pre ktoré možno vybrať  $k$  navzájom rôznych podmnožín množiny  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  tak, aby tento výber nebol podozrivý. Vaše tvrdenie dokážte.

*Čiastkové body viete získať aj za korektné dôkazy nejakých dolných či horných odhadov na hľadané najväčšie  $k$  (teda, že je isto menšie / väčšie ako nejaké číslo).*

**Úloha 3.** (1,5 boda) Zistite, či pre ľubovoľné množiny  $A, B, C$  platí:

a)  $\mathcal{P}(A) \cup (\mathcal{P}(B) \cap \mathcal{P}(C)) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B) \cap \mathcal{P}(A \cup C)$

b)  $\mathcal{P}(A) \cup (\mathcal{P}(B) \cap \mathcal{P}(C)) \supseteq \mathcal{P}(A \cup B) \cap \mathcal{P}(A \cup C)$

Vaše tvrdenia dokážte. Pre získanie plného počtu bodov nesmiete bez dôkazu využiť tvrdenia o množinách, všetky využité tvrdenia dokážte z definície.

**Úloha 4.** (0,5 boda) Päť družstiev hrá systémom každý s každým jeden zápas. Koľko rôznych rozpisov zápasov existuje? (Rozpisom zápasov rozumieme poradie hrania zápasov, pričom je jedno, či je v jednom zápase uvedené družstvo  $A$  vs. družstvo  $B$  alebo naopak.)