

# Cvičenie 11A: Zobrazenia

**Úloha 1.** O nasledovných reláciách rozhodnite, či sú zobrazením:

- a) relácia  $S$  na  $\mathbb{R}$ , kde  $xSy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$
- b) relácia  $T$  na  $\mathbb{N}$ , kde  $aTb \Leftrightarrow a = 3b$
- c) relácia  $U$  na  $\mathbb{N}$ , kde  $aTb \Leftrightarrow 3a = b$

→ **Úloha 2.** Uvažujme zobrazenie  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  dané predpisom

$$f(x) = 3 + \frac{8}{2x + 4}.$$

Je zobrazenie injektívne? Je surjektívne? Nájdite množinu  $B$  tak, aby zobrazenie  $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow B$  s rovnakým predpisom bolo bijekciou.

**Úloha 3.** Zistite, či nasledovné zobrazenia sú injekcie, surjekcie a bijekcie:

- a)  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f((a, b)) = a^2 + b$
- b)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $f(n) = (2n + 3, n^2 + 7)$
- c)  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f((a, b)) = 2^a 3^b$
- d)  $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ ,  $f(A) = A \cup \{47\}$
- e)  $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ ,  $f((a, b)) = (3b + 5, 2a - 3)$
- f)  $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ ,  $f((a, b)) = (a + b, a - b)$
- g)  $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ ,  $f(A) = \mathbb{N} - A$
- h)  $f: \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(A) = \sum_{x \in A} x$
- i)  $f: \mathcal{P}(\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}) \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(A) = \sum_{x \in A} x$
- j)  $f: \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}$ ,  $f(A) = \sum_{x \in A} x$

→ **Úloha 4.** Nech  $A, B$  sú konečné množiny, pričom  $|A| = a$ ,  $|B| = b$ . V závislosti od čísel  $a, b$  určte, koľko je

- a) zobrazení z množiny  $A$  do množiny  $B$
- b) injektívnych zobrazení z množiny  $A$  do množiny  $B$
- c) surjektívnych zobrazení z množiny  $A$  do množiny  $B$
- d) bijektívnych zobrazení z množiny  $A$  do množiny  $B$

→ **Úloha 5.** Dokážte, že

- a) Zloženie dvoch injekcií je injekcia.
- b) Zloženie dvoch surjekcií je surjekcia.
- c) Zloženie dvoch bijekcií je bijekcia.

**Úloha 6.** Nájdite bijekciu medzi množinami.

- a)  $\langle 17, 42 \rangle$  a  $\langle -47, 15 \rangle$

- b)  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{N}^+$
- c)  $\mathbb{N}$  a  $\{n \in \mathbb{N}; n \geq 47\}$
- d)  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{Z}$
- e)  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{N} \times \{0, 1, 2\}$
- f)  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$
- g)  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{Q}$
- h)  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$
- i)  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{N}^n$

**Úloha 7.** Nech  $f$  je injektívne zobrazenie z množiny  $A$  do množiny  $B$ . Nájdite injektívne zobrazenie z  $\mathcal{P}(A)$  do  $\mathcal{P}(B)$ .

**Úloha 8.** Nech  $f$  je symetrická relácia na množine  $A$ , ktorá je zároveň zobrazením. Dokážte, že  $f$  je bijekcia.