

Dláždění náměstí

Jozef Rajník

Sme návrháři náměstí a našou úlohou je navrhovat dláždění různých náměstí. Každé náměstie si vieme predstaviť ako štvorcovú sieť.

Úloha 1. Máme k dispozícii dlaždice rozmerov 1×2 . Môžeme ich ľubovoľne otáčať. Mierové náměstie má rozmery 8×8 a Štúrove náměstie má rozmery 7×7 . Ktoré z týchto náměstí vieme úplne vydláždiť?

Úloha 2. Keďže Štúrove náměstie nevieme úplne vydláždiť (rozmery 7×7), tak sme rozhodli, že na jeden štvorček umiestnime fontánu. Pôjde to už potom? Kam všade môžeme fontánu umiestniť, aby sme zvyšok vedeli vydláždiť dlaždicami 1×2 ? Ako by ste zdôvodnili, prečo na zvyšných miestach fontána nevie byť?

Úloha 3. Po úspechu sme dostali za úlohu vydláždiť aj Kamenné náměstie. To má opäť rozmery 7×7 , ale teraz ho chceme dláždiť dlaždicami rozmerov 1×3 . Znova na jeden štvorček umiestnime fontánu. Kde všade môže táto fontána byť? Viete aj vysvetliť, prečo na zvyšných políčkach byť nemôže.

Na prvý pohľad nám pri tejto úlohe nájdená odpoveď nepomôže v zdôvodnení, prečo fontána nemôže byť na iných miestach. Miesta fontány nevyzerajú až tak pekne ako v pri dlaždicach 1×2 . Preto si pomôžeme ešte nasledovnou úlohou.

Úloha 4. Prišla nám dodávka dlaždíc tvaru L ako na obrázku. Tieto dlaždice sú však krehké, preto ich nemôžeme otáčať. Pribudnú nám teraz nejaké nové miesta pre fontánu?

Pre šikovnejších na rozmyslenie

Úloha 5. Na Mierové náměstie rozmerov 8×8 nainštalovali lampy, na každé políčko jednu. Všetky lampy sú na začiatku zhasnuté. Prepínať lampy však nie je také jednoduché a prebieha nasledovne: vyberieme si políčko a smer (vodorovný alebo zvislý) a prepneme vybranú žiarkovku spolu s jej susednými žiarovkami vo vyberanom smere. Teda v každom kroku prepíname dve alebo tri lampy. Chceme dosiahnuť, aby svietila práve jedna lampa. O ktorú lampu môže ísť? Nájdite všetky možnosti a zdôvodnite, prečo iné lampy to byť nemôžu.