

Zisťovanie informácií

Jozef Rajník, KMS online prednáška, 30. 1. 2021

Úloha 1. Jožo si myslí celé číslo od 1 po n . V jednom kroku sa ho môžeme spýtať ľubovoľnú áno/nie otázku, na ktorú nám odpovie. V závislosti od n nájdite najmenší počet otázok, ktorý nám zaručene stačí na uhádnutie Jožovho čísla.

Úloha 2. Jožo si myslí celé číslo od 1 po n . V jednom kroku mu môžeme povedať ľubovoľné celé číslo a a Jožo nám odpovie, či je jeho číslo menšie, väčšie alebo rovné a . V závislosti od n určte najmenší počet krokov potrebný na zaručené uhádnutie Jožovho čísla.

Úloha 3. Jožo si myslí celé číslo x od 1 po n . V jednom kroku mu môžeme povedať ľubovoľné celé číslo a a Jožo nám odpovie práve jednu z nasledovných možností:

- presne, ak $a = x$;
- málo, ak $a/2 < x < a$;
- veľmi málo, ak $x \leq a/2$;
- veľa, ak $a < x < 2a$;
- veľmi veľa, ak $2a \leq x$.

V závislosti od n určte najmenší počet krokov potrebný na zaručené uhádnutie Jožovho čísla.

Úloha 4. Máme 100 na pohľad nerozlíšiteľných mincí, z ktorých každá váži 1, 2 alebo 3 gramy. Aký je najmenší počet vážení na rovnoramenných váhach (bez použitia závaží), ktorý je potrebný na určenie hmotnosti každej mince? Ak ho neviete určiť presne, pokúste sa ho čo najlepšie odhadnúť.

Úloha 5 (Rusko 2000). Máme 5 na pohľad nerozlíšiteľných závaží s navzájom rozdielnymi hmotnosťami. V jednom kroku môžeme zvoliť ľubovoľné tri závažia A , B , C a spýtať sa, či platí $m(A) < m(B) < m(C)$ (kde $m(X)$ označuje hmotnosť závažia X). Odpoveď je áno alebo nie. Môžeme našich 5 závaží usporiadať vzostupne podľa hmotnosti, ak máme k dispozícii 9 krokov?

Úloha 6 (KMS 2017-Z1-5, zovšeobecnené). Čeky má 11 náramčekov, každý inej farby. Odkladá si ich do vreca, ktoré by sa roztrhlo, ak by v ňom bolo viac ako 11 kg. Ivka vie, že náramčeky majú v nejakom poradí hmotnosti 1, 2, 3, ..., 11 kg, ale nevie v akom. Čeky pozná hmotnosti všetkých náramčekov. V jednom kroku môže Čeky dať do vreca nejaké náramčeky a ukázať Ivke, že sa **neroztrhlo**. Pre každé $x \in \{1, 2, \dots, 11\}$ určte minimálny počet krokov potrebný na to, aby Čeky Ivku presvedčilao hmotnosti náramčeka, ktorý váži x kg.

Úloha 7. Na kôpke leží 100 diamantov, z ktorých 50 je pravých a 50 falošných. Pozvali sme svojrázneho znalca, ktorý jediný dokáže rozpoznať, ktoré sú ktoré. Zakaždým, keď mu ukážeme nejakú trojicu diamantov, dva vyberie a (pravdivo) povie, koľko z nich je pravých. Rozhodnite, či môžeme zaručene odhaliť všetky pravé diamanty bez ohľadu na to, ako znalec volí posudzované dvojice.