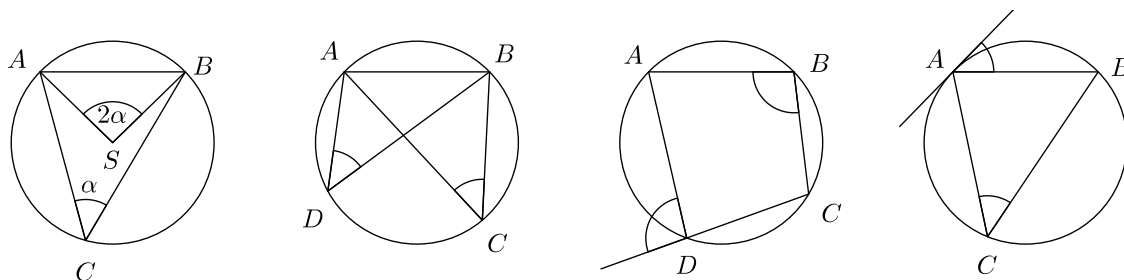


Geometria

7. 10. 2016

Podrobnejšie o počítaní uhlov si môžete prečítať na <https://kms.sk/~mazo/matematika/pocitanieUhlov.pdf>
Pripomeňme si základné nástroje na počítanie ulov v kružniciach.



To, že štyri body A, B, C, D ležia na kružnici (v danom poradí), je ekvivalentné s nasledujúcimi podmienkami.

1. Osi strán AB, BC, CD, DA sa pretínajú v jednom bode (väčšinou sa nevyužíva).
2. $|\angle ACB| = |\angle ADB|$ (obvodové uhly).
3. $|\angle ABC| = |\angle CDA|$.
4. $|MA||MB| = |MD||MC|$, kde M je priesečník AB a DC (podobnosť trojuholníkov).

Úloha 1. Body A, B, C, D, E, F ležia na kružnici v danom poradí. Dokážte, že uhly AEB a CFD majú rovnakú veľkosť práve vtedy, keď $|AB| = |CD|$.

Úloha 2. Daný je trojuholník ABC . Dokážte, že os uhla BAC a os strany BC sa pretínajú na kružnici opísanej trojuholníku ABC .

Poznámka. Tento bod sa zvykne nazývať *švrčkov bod* a označuje sa $\check{S}$ (Podľa Jaroslava Švrčka).

Úloha 3. Dokážte, že v predchádzajúcej úlohe platí $|\check{S}B| = |\check{S}I| = |\check{S}C|$, kde I je stred vpísanej kružnice trojuholníku ABC .

Úloha 4. Pomocou počítania veľkostí uhlov dokážte, že výšky v ostrouhlom trojuholníku sa pretínajú v jednom bode.

Úloha 5. Je daný tetivový päťuholník $ABCD$, v ktorom $|AE| = |AB|$ a $|BC| = |DE|$. Dokážte, že priesečníky výšok trojuholníkov BCD, CDE a bod A sú vrcholmi rovnoramenného trojuholníka.

Úloha 6. Je daný ostrouhlý trojuholník ABC s päťami výšok D, E, F , ktoré ležia postupne na stranách AB, BC, CA . Obraz bodu F v stredovej súmernosti podľa stredu strany AB leží na priamke DE . Určte veľkosť uhla BAC . [MO-57-A-II-3]

Úloha 7. V kosoštvorci $KLMN$ platí $|\angle KLM| = 40^\circ$. Označme stred strany LM ako S . Päťu kolmice na priamku NS prechádzajúcu cez bod K označme X . Zistite veľkosť uhla MXN . [KMS 14/15, 2. letná séria, úloha 6]

Úloha 8. Na obraze sa nachádza trojuholník ABC s bodom L na strane AC takým, že BL je os uhla ABC . Nech M je ľubovoľný vnútorný bod úsečky CL . Dotyčnica v bode B ku kružnici opísanej trojuholníku ABC pretína polpriamku CA v bode P . Dotyčnice cez body B a M ku kružnici opísanej trojuholníku BLM sa pretínajú v bode Q . Dokážte, že priamka PQ je rovnobežná s priamkou BL . [KMS 16/17, 1. zimná séria, úloha 8]