

Konštrukčné úlohy

Jozef Rajník, Letná škola Trojstenu, 15. – 26. 7. 2024

Úloha 1 (49MO-A-II-2). Daný je rovnoramenný lichobežník $UVST$, v ktorom $3|ST| < 2|UV|$. Zostrojte rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB tak, aby body B, C ležali na priamke VS , bod U na priamke AB a bod T bol ťažiskom trojuholníka ABC .

Úloha 2 (KMS11/12-2L-7). Zostrojte štvorec $ABCD$, keď máte daný jeho vrchol A a vzdialenosti jeho vrcholov B a D od daného bodu E .

Úloha 3 (KMS08/09-2L-7). Dané sú tri rôzne body v rovine, ktoré neležia na priamke. Zostrojte štvoruholník, pre ktorý sú tieto body stredmi troch jeho rovnako dlhých strán.

Úloha 4 (KMS15/16-3Z-7). Daná je kružnica k so stredom I , ktorým prechádzajú priamky a, b, c . Zostrojte trojuholník ABC tak, aby body A, B, C postupne ležali na priamkach a, b, c a aby kružnica k bola vpísaná do trojuholníka ABC .

Úloha 5 (52MO-A-III-4). V rovine je daný tupý uhol AKS . Zostrojte trojuholník ABC tak, aby jeho strana BC ležala na priamke KS , aby bod S bol jej stredom a bod K jej priesečníkom s osou protiľahlého uhla BAC .

Úloha 6 (68MO-A-I-5). Zostrojte trojuholník ABC , ak poznáte jeho obvod o , polomer ρ kružnice pripísanej ku strane BC a veľkosť výšky v na túto stranu. Uved'te diskusiu v závislosti od daných dĺžok.

Úloha 7 (KMS06/07-3L-10). Daná je kružnica k so stredom S a dva jej vonkajšie body A, B . (Body A, B, S neležia na jednej priamke.) Zostrojte kružnicu k' , ktorá prechádza bodmi A, B a rozdelí kružnicu k na dva rovnako dlhé oblúky.

Úloha 8 (50MO-A-I-6). Zostrojte lichobežník $ABCD$, ak sú dané dĺžky jeho ramien $|BC| = 4,5$ cm, $|DA| = 3$ cm a veľkosť 75° uhla, ktorý zvierajú priamky BC a AD , a ak navyše platí $|AB| \cdot |CD| = |AC|^2$.

Úloha 9 (KMS20/21-L3-8). Je daný trojuholník ABC s bodom E na strane BC tak, že $|BE| > |EC|$. Zostrojte body D a F postupne na stranách AB a AC tak, aby uhol DEF bol pravý a zároveň aby úsečka DE delila úsečku BF na polovicu.

Úloha 10 (50MO-A-III-2). V rovine je daný trojuholník PQX , pričom $|PQ| = 3$ cm, $|PX| = 2,6$ cm, $|QX| = 3,8$ cm. Zostrojte pravouhlý trojuholník ABC tak, aby sa jeho vpísaná kružnica dotýkala prepony AB v bode P , odvesny BC v bode Q a aby bod X ležal na priamke AC .

Úloha 11 (KMS06/07-3L-10). Daná je kružnica k so stredom S a dva jej vonkajšie body A, B . (Body A, B, S neležia na jednej priamke.) Zostrojte kružnicu k' , ktorá prechádza bodmi A, B a rozdelí kružnicu k na dva rovnako dlhé oblúky.

Úloha 12 (51MO-A-III-5). V rovine je daný trojuholník KLM a bod A ležiaci na polpriamke opačnej k polpriamke KL . Zostrojte pravouholník $ABCD$, ktorého vrcholy B, C, D ležia postupne na priamkach KM, KL a LM .