

# O deliteľoch

Jozef Rajník, Vyhodnotenie KK MO B, C, Trenčín, 27. 5. 2026, [jozef.rajnik@fmph.uniba.sk](mailto:jozef.rajnik@fmph.uniba.sk)

**Úloha 1** (MO64 B-I-4). Nech  $m$  je prirodzené číslo, ktoré má 7 deliteľov, a  $n$  je prirodzené číslo, ktoré má 9 deliteľov. Koľko deliteľov môže mať číslo  $mn$ ?

**Úloha 2** (MO59 B-I-2). Nájdite štvorciferné číslo také, že má práve 6 kladných deliteľov, práve 2 z nich sú jednociferné, práve 2 dvojciferné a väčší z dvojciferných deliteľov je druhou mocninou prirodzeného čísla.

**Úloha 3** (MO64 B-II-1). Nájdite každé kladné prirodzené číslo také, že súčin všetkých jeho deliteľov je  $20^{15}$ .

**Úloha 4** (MO50 C-II-1). Nájdite všetky dvojice kladných prirodzených čísel  $(a, b)$  také, že

$$a + b + \text{NSD}(a, b) + \text{nsn}(a, b) = 50.$$

**Úloha 5** (MO63 A-II-1). Nájdite všetky kladné prirodzené čísla také, že nie sú mocninou čísla 2 a rovnajú sa súčtu 3-násobku svojho najväčšieho nepárneho deliteľa a 5-násobku svojho najmenšieho nepárneho deliteľa väčšieho ako 1.

**Úloha 6** (MO65 B-I-4). Počet všetkých párných deliteľov niektorého prirodzeného čísla je o 3 väčší ako počet všetkých jeho nepárnych deliteľov. Aký je podiel súčtu všetkých jeho párných deliteľov a súčtu všetkých jeho nepárnych deliteľov? Nájdite všetky možné odpovede.

**Úloha 7** (MO50 C-I-3). Nájdite všetky dvojice kladných prirodzených čísel  $(a, b)$  takých, že

$$\text{nsn}(a, b) + \text{NSD}(a, b) = 63.$$

**Úloha 8** (MO65 B-II-3). Nájdite všetky prirodzené čísla, ktoré majú práve 6 deliteľov, pričom súčet druhého najväčšieho a druhého najmenšieho z nich je 54.

**Úloha 9** (MO69 B-I-2). Dokážte, že ak má kladné prirodzené číslo aspoň 73 dvojciferných deliteľov, tak jedným z nich je číslo 60. Uveďte príklad čísla, ktoré má práve 73 dvojciferných deliteľov.

**Úloha 10** (MO63 A-III-1). Nájdite každé kladné prirodzené číslo  $n$  také, že ak má  $k$  deliteľov v rastúcom poradí  $d_1, \dots, d_k$ , tak platí  $d_5 - d_3 = 50$  a  $11d_5 + 8d_7 = 3n$ .

**Úloha 11** (MO62 C-S-2). Určte všetky dvojice  $(a, b)$  kladných prirodzených čísel takých, že

$$a \cdot \text{nsn}(a, b) = 4 \cdot \text{NSD}(a, b).$$

**Úloha 12** (MO64 C-I-5). Nájdite všetky také dvojice kladných prirodzených čísel také, že ich rozdiel je 2010 a ich najväčší spoločný deliteľ je 2014-krát menší ako ich najmenší spoločný násobok.

**Úloha 13** (MO69 C-I-3). Určte všetky dvojice kladných prirodzených čísel  $(a, b)$  také, že

$$2 \text{nsn}(a, b) + 3 \text{NSD}(a, b) = ab.$$

**Úloha 14** (MO60 C-I-5). Nech  $a$  a  $b$  sú kladné prirodzené čísla. Dokážte, že

$$a \cdot \text{NSD}(a, b) + b \cdot \text{nsn}(a, b) \geq 2ab,$$

a zistite, kedy nastane rovnosť.

**Úloha 15** (MO61 C-I-3). Nájdite všetky trojice kladných prirodzených čísel  $a, b, c$  také, že

$$\{\text{NSD}(a, b), \text{NSD}(b, c), \text{NSD}(c, a), \text{nsn}(a, b), \text{nsn}(b, c), \text{nsn}(c, a)\} = \{2, 3, 5, 60, 90, 180\}.$$