

# Počítanie zvyškov

Jozef Rajník, 20. 3. 2021

**Úloha 1.** Dokážte, že pre každé prirodzené číslo  $n$  platí  $5 \mid n^5 + 4n$ .

**Úloha 2.** Dokážte, že pre každé prirodzené číslo  $n$  platí:

a)  $6 \mid n^3 - n$ ,

b)  $5 \mid n^5 - n$ ,

c)  $30 \mid n^5 - n$ ,

d)  $60 \mid n^6 - n^2$ ,

e)  $42 \mid n^7 - n$ .

**Úloha 3.** Nech  $n$  je prirodzené číslo, ktoré je spoločným násobkom čísel 47 a 65. Dokážte, že

$$7 \mid \frac{n}{47} + \frac{n}{65}.$$

**Úloha 4.** Dokážte, že ak sú nasledovné čísla celé, tak sú deliteľné číslom 7:

a)  $\frac{n}{47} + \frac{n}{65}$

b)  $\frac{n}{13} + \frac{n}{17} + \frac{n}{29} + \frac{n}{47} + \frac{n}{60} + \frac{n}{72}$

c)  $\frac{n+3}{4} + \frac{n-4}{3}$

**Úloha 5.** Nepriateľ zašifroval tajné heslo nasledovným spôsobom: Každé písmeno anglickej abecedy reprezentoval prirodzeným číslom: A = 1, B = 2, ..., Z = 26. Zvolil si tajný kľúč  $k \in \{1, 2, \dots, 28\}$  a písmeno s číslom  $x$  zašifroval ako  $(k \cdot x) \bmod 29$ . Rozšifrujte správu:

13, 17, 1, 23, 13, 17, 3, 17, 21, 8, 17.

**Úloha 6.** Nepriateľ použil podobný princíp, ale zvolil si miesto prvočíslo 29 prvočíslo  $p = 10^{12} + 39$ . Kľúč je vám tiež neznámy. Rozšifrujte správu:

374170920939, 54428412791, 795942286071, 952399555846, 897971143055, 319742508148.