

Betkino cestovanie po Atlantíde

Jozef Rajník, MaK 3. 1. 2022

Úloha 1. Betka sa chystá na výlet do Atlantídy. Kúpila si obojsmernú letenku, ktorou vie priletieť do ľubovoľného mesta Atlantídy a aj odletieť z ľubovoľného mesta. V Atlantíde je niekoľko miest. Medzi niektorými dvojicami premáva obojsmerná autobusová linka, medzi ľubovoľnými dvomi mestami nanajvýš jedna linka. Z každého mesta premáva aspoň 6 autobusových liniek. Okrem týchto informácií však Betka nevie o Atlantíde nič, teda nevie koľko má miest ani ako presne medzi nimi vedú linky.

Keď príde Betka do Atlantídy, tak medzi mestami bude cestovať výhradne s využitím autobusových liniek. Taktiež, každé mesto chce navštíviť nanajvýš raz. Koľko najviac miest vie Betka **zaručene** navštíviť za týchto predpokladov?

Úloha 2. Betka má teraz kúpenú spätnú letenku. Preto musí z Atlantídy odletieť z rovnakého mesta, do ktorého priletela. Koľko najviac miest vie Betka navštíviť teraz? Betka teda musí spraviť *okružnú cestu*: každé mesto navštívi najviac raz s výnimkou prvého, ktoré navštívi aj ako posledné.

Úloha 3. Vyriešte predchádzajúce úlohy pre prípad, ak Betka vie, že v Atlantíde je 10 miest.

Úloha 4. Akú najdlhšiu okružnú cestu Betka spraví v prípade, že z každého mesta premáva aspoň 5 liniek?

Úloha 5. Ako sa zmení výsledok predchádzajúcej úlohy, ak by sme mali len aspoň 4 linky z každého mesta.

Úloha 6. Vhodne zovšeobecnite tvrdenia z predchádzajúcich úloh. Dokážte tvrdenie typu, že ak má Atlantída n miest a z každého vychádza aspoň k liniek (kde k závisí od n), tak Betka vie spraviť okružnú cestu cez všetky mestá Atlantídy.

O veciach, čo boli na tejto prednáške hovoriť Diracova a Oreho veta z teórie grafov

- https://cs.wikipedia.org/wiki/Hamiltonovsk%C3%BD_graf
- https://sk.wikipedia.org/wiki/Oreho_veta
- Dôkaz slabšieho zovšeobecnenia môžete nájsť tu: <http://www.dcs.fmph.uniba.sk/~rajnik/uktg/du/du3-riesenie.pdf>