

1. (63-MO-B-I-1) Každému vrcholu pravidelného 63-uhelníka přiřadíme jedno z čísel 1 nebo -1 . Ku každé jeho straně přepíšeme součin čísel v jejích vrcholech a všechny čísla při jednotlivých stranách sečteme. Najděte nejmenší možnou nezápornou hodnotu takého součtu.
2. (61-MO-B-II-1) Daných je 2012 kladných čísel menších ako 1, ktorých súčet je 7. Dokážte, že tieto čísla sa dajú rozdeliť na štyri skupiny tak, aby súčet čísel v každej skupine bol aspoň 1.
3. (60-MO-B-II-2) Najdite všetky dvojice kladných celých čísel a, b , pre ktoré číslo b je deliteľné číslom a a súčasne číslo $3a + 4$ je deliteľné číslom $b + 1$.

4. (62-MO-B-II-3) Určte všetky trojice (a, b, c) celých kladných čísel, pre ktoré platí

$$2^{a+2b+1} + 4^a + 16^b = 4^c.$$

5. (61-MO-B-I-5) V istom meste majú vybudovanú sieť na šírenie klebiet, v ktorej si každý klebetník vymieňa informácie s práve tromi klebetnicami a každá klebetnica si vymieňa informácie s práve tromi klebetníkmi. Inak sa klebety nešíria.
 - a) Dokážte, že klebetníkov a klebetníc je rovnako veľa.
 - b) Predpokladajme, že sieť na šírenie klebiet je súvislá (klebety od ľubovoľného klebetníka a ľubovoľnej klebetnice sa môžu dostať ku všetkým ostatným). Dokážte, že aj keď sa jeden klebetník odsťahuje, zostane sieť súvislá.
6. (62-MO-B-II-2) Obec má 100 obyvateľov. Vieme, že každý z nich má v obci práve troch známych. (Známosti sú vzájomné.)
 - a) Dokážte, že v obci existuje skupina 25 osôb, medzi ktorými sa žiadne dve nepoznajú.
 - b) Najdite najmenšie prirodzené číslo n s vlastnosťou, že v ľubovoľnej skupine n osôb každej takej obce existuje dvojica známych.

1. (63-MO-B-I-1) Každému vrcholu pravidelného 63-uhelníka přiřadíme jedno z čísel 1 alebo -1 . Ku každé jeho straně přepíšeme součin čísel v jejích vrcholech a všechny čísla při jednotlivých stranách sečteme. Najděte nejmenší možnou nezápornou hodnotu takého součtu.
2. (61-MO-B-II-1) Daných je 2012 kladných čísel menších ako 1, ktorých súčet je 7. Dokážte, že tieto čísla sa dajú rozdeliť na štyri skupiny tak, aby súčet čísel v každej skupine bol aspoň 1.
3. (60-MO-B-II-2) Najdite všetky dvojice kladných celých čísel a, b , pre ktoré číslo b je deliteľné číslom a a súčasne číslo $3a + 4$ je deliteľné číslom $b + 1$.

4. (62-MO-B-II-3) Určte všetky trojice (a, b, c) celých kladných čísel, pre ktoré platí

$$2^{a+2b+1} + 4^a + 16^b = 4^c.$$

5. (61-MO-B-I-5) V istom meste majú vybudovanú sieť na šírenie klebiet, v ktorej si každý klebetník vymieňa informácie s práve tromi klebetnicami a každá klebetnica si vymieňa informácie s práve tromi klebetníkmi. Inak sa klebety nešíria.
 - a) Dokážte, že klebetníkov a klebetníc je rovnako veľa.
 - b) Predpokladajme, že sieť na šírenie klebiet je súvislá (klebety od ľubovoľného klebetníka a ľubovoľnej klebetnice sa môžu dostať ku všetkým ostatným). Dokážte, že aj keď sa jeden klebetník odsťahuje, zostane sieť súvislá.
6. (62-MO-B-II-2) Obec má 100 obyvateľov. Vieme, že každý z nich má v obci práve troch známych. (Známosti sú vzájomné.)
 - a) Dokážte, že v obci existuje skupina 25 osôb, medzi ktorými sa žiadne dve nepoznajú.
 - b) Najdite najmenšie prirodzené číslo n s vlastnosťou, že v ľubovoľnej skupine n osôb každej takej obce existuje dvojica známych.