

KÚSKR

Krátke kombinatorické úlohy s krátkym riešením Jozef Rajník, KMS zimné sústreďenie BETA, 21. – 28. 1. 2023

Úloha 1 (63MO-A-III-3). Majme šachovnicu 8×8 a ku každej „hrane“, ktorá oddeľuje dve jej políčka, napíšme prirodzené číslo, ktoré udáva počet spôsobov, ako možno celú šachovnicu rozrezať na obdĺžničky 2×1 tak, aby dotyčná hrana bola súčasťou rezu. Určte poslednú cifru súčtu všetkých takto napísaných čísel.

Úloha 2 (65MO-A-III-3). Medzi obyvateľmi istého mesta sú populárne matematické kluby. Každé dva z nich majú aspoň jedného spoločného člena. Dokážte, že môžeme obyvateľom mesta rozdať kružidlá a pravítka tak, že iba jeden obyvateľ dostane oboje, a pritom každý klub bude mať pri plnej účasti svojich členov k dispozícii ako pravítko, tak kružidlo.

Úloha 3 (KMS 07/08-Z2-14). Šachovnica 3000×3000 je rozdelená na dominové doštičky (teda obdĺžniky veľkosti 1×2). Dokážte, že vieme dominové doštičky ofarbiť tromi farbami tak, aby doštičiek jednotlivých farieb bolo rovnako veľa a aby žiadna doštička nemala viac ako dvoch susedov takej farby, akú má sama.

KÚSKR

Krátke kombinatorické úlohy s krátkym riešením Jozef Rajník, KMS zimné sústreďenie BETA, 21. – 28. 1. 2023

Úloha 1 (63MO-A-III-3). Majme šachovnicu 8×8 a ku každej „hrane“, ktorá oddeľuje dve jej políčka, napíšme prirodzené číslo, ktoré udáva počet spôsobov, ako možno celú šachovnicu rozrezať na obdĺžničky 2×1 tak, aby dotyčná hrana bola súčasťou rezu. Určte poslednú cifru súčtu všetkých takto napísaných čísel.

Úloha 2 (65MO-A-III-3). Medzi obyvateľmi istého mesta sú populárne matematické kluby. Každé dva z nich majú aspoň jedného spoločného člena. Dokážte, že môžeme obyvateľom mesta rozdať kružidlá a pravítka tak, že iba jeden obyvateľ dostane oboje, a pritom každý klub bude mať pri plnej účasti svojich členov k dispozícii ako pravítko, tak kružidlo.

Úloha 3 (KMS 07/08-Z2-14). Šachovnica 3000×3000 je rozdelená na dominové doštičky (teda obdĺžniky veľkosti 1×2). Dokážte, že vieme dominové doštičky ofarbiť tromi farbami tak, aby doštičiek jednotlivých farieb bolo rovnako veľa a aby žiadna doštička nemala viac ako dvoch susedov takej farby, akú má sama.