

Programovanie

Jozef Rajník, Letná škola Trojstenu 15. – 26. 7. 2024

Ako si nainštalovať Python + slovenský tutorial:

https://www.youtube.com/watch?v=hjYF_WRrreQ&list=PLNAMH_OHgWT9kaV-i51FxrsP09r1YZqxk

V nasledovných úlohách nájdite s pomocou počítača správne riešenie. Formálne vzaté, ide len o pokus o nájdenie riešenia – nemusíte dokazovať, že riešenie je jediné.

Úloha 1. Aký zvyšok dáva číslo 12^{2024} po delení siedmimi?

Úloha 2 (Mathrace 2018, ú. 18). Nájdite všetky také prirodzené čísla x , pre ktoré je číslo $x^2 + 2x + 5$ deliteľné číslom $x + 3$. Určte potom ich súčet.

Úloha 3 (Mathrace 2016, ú. 27). Čísla x a x^2 dávajú rovnaký zvyšok po delení číslom 10000. Aký?

Úloha 4 (KMS 17/18-L1-6). Nájdite všetky dvojice celých čísel (a, b) , pre ktoré platí $a^3 + b^3 = a^2 + 42ab + b^2$.

Úloha 5 (Mathrace 2016, ú. 30). Koľko usporiadaných štvoric (x, y, z, w) prirodzených čísl menších než 500 spĺňa $x + w = y + z$ a $yz - xw = 93$?

Úloha 6 (Mathrace 2016, ú. 18). Nájdite najmenšie číslo, ktoré sa začína jednotkou a keď tú jednotku presunieme na koniec, tak tohto čísla, tak ho tým zväčšíme trikrát.

Úloha 7 (Mathrace 2016, ú. 30). Nájdite počet všetkých trojciferných čísel $\overline{xyz}$ takých, že 2019-ciferné číslo $\overline{xyzyxyzxyz \dots xyz}$ je deliteľné číslom 91.

Úloha 8 (73MO-B-I-1). Koľko neprázdnych podmnožín množiny $\{0, 1, \dots, 20\}$ má súčet prvkov deliteľný tromi?

Úloha 9. Desať džentlmenov prišlo na večierok a každý z nich si odložil klobúk na vešiak. Keď spoločensky unavení odchádzali, tak si každý vzal náhodný klobúk z vešiaka. Aká je pravdepodobnosť, že niekto odišiel so svojím klobúkom?

Úloha 10. Na policike je 30 kníh. Koľkými spôsobmi možno vybrať 8 z nich tak, aby sme nemali dve knihy vybrané vedľa seba?

Úloha 11 (Mathrace 2017, ú. 12). Koľko existuje prirodzených čísel n takých, že delia $x^{13} - x$ pre každé prirodzené číslo x ?

Úloha 12 (Mathrace 2017, ú. 1). Aký je súčet všetkých trojciferných čísel, ktoré majú aspoň jednu číslicu párnú a aspoň jednu číslicu nepárnu.

Úloha 13 (67MO A-I-4). Nájdite najväčšie prirodzené číslo n také, že hodnota súčtu

$$\lfloor \sqrt{1} \rfloor + \lfloor \sqrt{2} \rfloor + \dots + \lfloor \sqrt{n} \rfloor$$

je prvočíslo.

Úloha 14 (Mathrace 2016, ú. 4). Nájdite všetky dvojice celých čísel (x, y) spĺňajúce, že existuje prvočíslo p a pre ktoré platí $3xy + p^2y^2 = 12p$. (Výsledok zadajte ako súčet všetkých $|x \cdot y|$.)