

1. sada domácich úloh

Termín odovzdania: **streda 13. 11. 2024, 23:59**

Pravidlá pre domáce úlohy nájdete na <http://www.dcs.fmph.uniba.sk/~rajnik/udds/ulohy.html>.

Úloha 1. (1,5 boda) Rozhodnite, či zložený výrok

$$[(a \Leftrightarrow (\neg b \Rightarrow c)) \Rightarrow (d \vee e)] \vee [(a \vee d) \Rightarrow (c \vee (b \wedge \neg e))]$$

je tautológia. Vaše tvrdenie dokážte.

Úloha 2. (1,5 boda) Rozhodnite a následne dokážte, či pre ľubovoľné dve množiny A, B platí:

a) $\mathcal{P}(A \cup B) - (\mathcal{P}(A - B) \cup \mathcal{P}(B - A)) \subseteq \mathcal{P}(A \cap B) - \mathcal{P}(A - B)$

b) $\mathcal{P}(A \cup B) - (\mathcal{P}(A - B) \cup \mathcal{P}(B - A)) \supseteq \mathcal{P}(A \cap B) - \mathcal{P}(A - B)$

Úloha 3. (2 body) V rade je uložených $2^n + 1$ políčok, pričom prvé a posledné políčko sú zasvietené a zvyšné políčka sú zhasnuté. Na prvom (najľavejšom) políčku sa nachádza robot, ktorému môžeme dávať nasledovné príkazy:

- **vpravo:** robot sa pohne o 1 políčko doprava (pokiaľ je na poslednom políčku, tak sa nepohne).
- **vlavo:** robot sa pohne o 1 políčko doľava (pokiaľ je na prvom políčku, tak sa nepohne).
- **zazni:** pokiaľ sa robot nachádza na políčku, ktoré je presne medzi dvomi zasvietenými políčkami, tak toto políčko zažne. V opačnom prípade sa nič nestane.

Dokážte, že pre všetky celé čísla $n \geq 0$, vieme pomocou $n \cdot 2^n$ alebo menej príkazov zažať všetky políčka.

Príklad. Pre $n = 3$ máme $2^3 + 1 = 9$ políčok, ktoré si môžeme očíslovať $0, 1, \dots, 8$. Príkazy môžeme dávať napríklad takto:

príkaz	akcia robota
vpravo	Posun na políčko 1
vpravo	Posun na políčko 2
vpravo	Posun na políčko 3
zazni	Nič sa nestane, lebo políčko 3 sa nenachádza presne medzi políčkami 0 a 8
vpravo	Posunieme sa na políčko 4
zazni	Robot zažne políčko 4, lebo sa nachádza presne medzi políčkami 0 a 8
vlavo	Posun na políčko 3
vlavo	Posun na políčko 2
zazni	Robot zažne políčko 2, lebo sa nachádza presne medzi políčkami 0 a 4

Po týchto deviatich príkazoch svietia štyri políčka (0, 2, 4 a 8).

Bonus (1 bod) Napíšte program, ktorý zo vstupu načíta nezáporné celé číslo n a vypíše postupnosť príkazov (v každom riadku jeden príkaz), pomocou ktorej zasvietime všetky žiarovky. Vo vašom riešení aj zdôvodnite, prečo váš program funguje. (V ideálnom prípade sa stačí vhodne odvolať na riešenie úlohy 3).

Program odovzdajte do priradenej úlohy v MS Teams spolu s jedným PDF súborom, ktorý obsahuje riešenia zvyšných úloh a zdôvodnenie správnosti programu.