

Cvičenie 6: relácie I

Úloha 1. Majme reláciu M z množiny $\{a, b, c, d\}$ do množiny $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ a reláciu N na množine $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, ktoré máme zadané nasledovne:

$$M = \{(a, 2), (a, 5), (b, 1), (c, 2), (c, 3), (c, 5)\},$$
$$N = \{(1, 1), (1, 3), (1, 2), (2, 4), (3, 4), (4, 4), (4, 5)\}.$$

Vypíšte relácie M^{-1} , N^{-1} , MN a NM (ak existujú).

Úloha 2. Na množine L všetkých ľudí, ktorá má rozklad $\{M, Z\}$ na mužov a ženy, definujeme relácie:

- $D: aDb \Leftrightarrow a$ je dieťaťom b ,
- $S: aSb \Leftrightarrow a$ je zosobášený(-ná) s b .

Pomocou relácií D , S , operácií na reláciách a množinových operácií definujte relácie:

- | | | |
|-------------------|--------------------|------------------|
| a) je rodičom, | e) je bratom, | i) je predkom, |
| b) je matkou, | f) je svokrou, | j) je príbuzným. |
| c) je dedkom, | g) je ujom, | |
| d) je súrodencom, | h) je sesternicou, | |

Úloha 3. Nech D a E sú relácie medzi prvkami množín A a B . Dokážte, že $(D \cap E)^{-1} = D^{-1} \cap E^{-1}$.

Úloha 4. Nech D je relácia medzi prvkami množín A a B a nech E je relácia medzi prvkami množín B a C . Dokážte, že potom $(DE)^{-1} = E^{-1}D^{-1}$.

Úloha 5. Aké relácie poznáte zo strednej školy? Pre každú z nich určte, či je reflexívna, ireflexívna, symetrická, tranzitívna a atranzitívna.

Úloha 6. Rozhodnite, či relácia R je reflexívna, ireflexívna, symetrická, tranzitívna a atranzitívna:

- $R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (|a + b| - 24)(|a - b| - 24) = 0\}$
- $R = \{(r, s) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; |r + s| = |3 + r - s|\}$
- $R = \{(r, s) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; |r + s| = |3 + r - s|\}$
- $R = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (cd + 100)(cd - 60) = 0\}$
- $R = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; c - d = 4\}$
- $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x - y \in \mathbb{Z}\}$
- $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; |x + y||x - y| \leq 3\}$