

## Cvičenie 7: relácie II

**Úloha 1.** Rozhodnite, či relácia  $R$  je reflexívna, ireflexívna, symetrická, tranzitívna a atranzitívna:

a)  $R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (|a + b| - 24)(|a - b| - 24) = 0\}$

b)  $R = \{(r, s) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; |r + s| = |3 + r - s|\}$

c)  $R = \{(r, s) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; |r + s| = |3 + r - s|\}$

d)  $R = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; (cd + 100)(cd - 60) = 0\}$

e)  $R = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; c - d = 4\}$

f)  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x - y \in \mathbb{Z}\}$

g)  $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; |x + y||x - y| \leq 3\}$

**Úloha 2.** Dokážte, že ak  $R$  je tranzitívna relácia, tak aj  $R^{-1}$  je tranzitívna relácia.

**Úloha 3.** Ktoré z relácií z úlohy 1 sú reláciami ekvivalencie? Aký rozklad určujú?

**Úloha 4.** Dokážte, že nasledovná relácie je reláciou ekvivalencie

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; 5 \mid (a - b)\}.$$

Aký rozklad určuje? Čo ak by sme číslo 5 zamenili za ľubovoľné iné celé číslo?

**Úloha 5.** Nech  $M$  je množina a  $\mathcal{R}$  je množina všetkých relácií na množine  $M$ . Je  $\mathcal{R}$  s operáciou  $\circ$  skladania relácií grupa? Je skladanie relácií komutatívne?

**Úloha 6.** (\*) Uvažujme relácie  $|a <$  na celých číslach ( $a \mid b$  znamená, že  $a$  delí  $b$ ). Vyjadrite relácie  $|< a <|$ .