

# 1. sada domácich úloh

Termín odovzdania **piatok 29. 10. 23:59**

**Úloha 1.** (1 bod) O číse  $\pi$  vieme, že je iracionálne. Dokážte, že číslo

$$\frac{47}{\sqrt[3]{\pi} + 42}$$

je iracionálne. Vychádzajte pri tom len z definície racionálnych a iracionálnych čísel. V prípade, že použijete nejaké známe tvrdenie o racionálnych alebo iracionálnych číslach, je potrebné dokázať aj to.

**Úloha 2.** (1,5 boda) Zistite, či pre ľubovoľné množiny  $A, B, C$  platí:

- $\mathcal{P}(A \cap B) - \mathcal{P}(A \cap C) \subseteq \mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(C)$ ,
- $\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(C) \subseteq \mathcal{P}(A \cap B) - \mathcal{P}(A \cap C)$ .

Vaše tvrdenia zdôvodnite. Pokiaľ využijete tvrdenie, ktoré nie je v skriptách (teda aj tie, ktoré sme robili na cvičeniach), dokážte aj tie.

**Úloha 3.** (1,5 boda) Máme štvorčekovú sieť rozmerov  $2^n \times 2^n$  štvorčekov, na ktorej je jedno políčko čierne, zvyšné sú biele. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo  $n$  a pre každú pozíciu čierneho políčka vieme štvorčekovú sieť vydláždiť dlaždicami v tvare triomina L (ako na obrázku) tak, že sa dlaždice nebudú prekryvať a každé biele políčko bude zakryté dlaždicou. Dlaždice vieme aj otáčať.



**Úloha 4.** (BONUS, 2 body) Dokážte, že pre ľubovoľných  $n$  kladných reálnych čísel  $x_1, x_2, \dots, x_n$  so súčynom 1 platí

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq n.$$

Pri dôkaze nevyužívajte známe nerovnosti.

## Pravidlá a pokyny

- **Úlohy spisujte samostatne.** Môžete sa o nich rozprávať a môžete si poradiť. Avšak ich spísanie je už na vás. Vaše spísané riešenia nikomu neukazujte.
- Úlohy odovzdajte do **piatku 29. 10. 23:59** pomocou Pridelenej úlohy (Assignments) na Microsoft Teams (nezabudnite kliknúť na tlačidlo Turn in) alebo osobne na papieri vášmu cvičiacemu.
- V prípade odovzdávania cez Teams, odovzdávajte ako **jeden súbor vo formáte pdf**. Je na vás, či napíšete riešenie na počítači alebo na papieri a oskenujete. V prípade, že chcete riešenie fotiť, dajte si pozor, aby bola fotka dostatočne kvalitná a svetlá. Aj fotky / scany odovzdajte ako jeden pdf súbor.
- Do riešenia úlohy zahrňte aj prílušné slovné komentáre, aby bolo z riešenia jasné, čo robíte, ako úlohu rozumiete a hlavne aby bola jasná korektnosť vašich dôkazov.