

Cvičenie 10: uzávery relácií

Úloha 1. Nech D je relácia na X . Dokážte, že

- $D^+ = D \cup D^2 \cup D^3 \cup \dots$ je najmenšia tranzitívna relácia na množine X obsahujúca D . (*tranzitívny uzáver*)
- $D^* = D^0 \cup D \cup D^2 \cup D^3 \cup \dots$ je najmenšia reflexívna a tranzitívna relácia na množine X . (*reflexívno-tranzitívny uzáver*)
- $D^\pm = D \cup D^{-1}$ je najmenšia symetrická relácia na X obsahujúca D , t. j. ak T je symetrická relácia na X obsahujúca D , tak $D \cup D^{-1} \subseteq T$. (*symetrický uzáver*)
- $D \cap D^{-1}$ je najväčšia symetrická relácia na X obsiahnutá v D .

Poznámka. Pod pojmom najmenšia relácia s nejakou vlastnosťou, myslíme najmenšia vzhľadom na usporiadanie podľa inklúzie. Bližšie vysvetlenie je v úlohe c).

Úloha 2. Nech $R = \{(k, k + 4); k \in \mathbb{N}^+\}$. Nájdite relácie R^n a R^* .