

# Cvičenie 11: zobrazenia

**Úloha 1.** Nech  $M = \{1, 2, 3, 4\}$ . Pre nasledovné relácie určte, ako vyzerá ich prvá projekcia a zistite, či sú zobrazením  $M \rightarrow M$ :

a)  $a = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 3), (4, 2)\}$

b)  $b = \{(1, 2), (3, 3), (4, 2)\}$

c)  $c = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3), (4, 2)\}$

**Úloha 2.** Uvažujme zobrazenie  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  dané predpisom

$$f(x) = 3 + \frac{8}{2x + 4}.$$

Je zobrazenie injektívne? Je surjektívne? Nájdite množinu  $B$  tak, aby zobrazenie  $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow B$  s rovnakým predpisom bolo bijekciou.

**Úloha 3.** Zistite, či nasledovné zobrazenia sú injekcie, surjekcie a bijekcie:

a)  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f((a, b)) = a^2 + b$

b)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $f(n) = (2n + 3, n^2 + 7)$

c)  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f((a, b)) = 2^a 3^b$

d)  $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ ,  $f(A) = A \cup \{47\}$

e)  $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ ,  $f((a, b)) = (3b + 5, 2a - 3)$

f)  $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ ,  $f((a, b)) = (a + b, a - b)$

g)  $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ ,  $f(A) = \mathbb{N} - A$

h)  $f: \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(A) = \sum_{x \in A} x$

i)  $f: \mathcal{P}(\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}) \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(A) = \sum_{x \in A} x$

j)  $f: \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}$ ,  $f(A) = \sum_{x \in A} x$

**Úloha 4.** Nájdite bijekciu medzi množinami

a)  $\mathbb{N}$  a  $\{n \in \mathbb{N}; n \geq 47\}$

b)  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{N} \times \{0, 1, 2\}$

c)  $\mathbb{N}$  a množina všetkých konečných postupností núl a jednotiek.

d)  $\mathbb{N}$  a množina slov z písmen anglickej abecedy

e)  $\langle 17, 42 \rangle$  a  $\langle -47, 15 \rangle$

f)  $(0, 1)$  a  $(0, \infty)$

g)  $(0, 1)$  a  $\langle 0, 1 \rangle$

**Úloha 5.** Kedy je zobrazenie na nejakej množine  $M$  symetrická relácia?

**Úloha 6.** Nech  $f$  je injektívne zobrazenie z množiny  $A$  do množiny  $B$ . Nájdite injektívne zobrazenie z  $\mathcal{P}(A)$  do  $\mathcal{P}(B)$ .