Cvičenie 13: Kardinálne čísla

Úloha 1. Nech A, B, C, D sú množiny, pre ktoré platí $|A| = |B|$ a $|C| = |D|$. Dokážte, že platí

a) $A \cap C = \emptyset \wedge B \cap D = \emptyset \Rightarrow |A \cup C| = |B \cup D|$

b) $|A \times C| = |B \times D|$

c) $|A^C| = |B^D|$

Úloha 2. Dokážte, že pre ľubovoľné kardinálne čísla κ, κ_1, κ_2, λ, λ_1, λ_2 platí

a) Ak $\kappa_1 \leq \lambda_1$ a $\kappa_2 \leq \lambda_2$, tak $\kappa_1 + \kappa_2 \leq \lambda_1 + \lambda_2$

b) Ak $\kappa_1 \leq \lambda_1$ a $\kappa_2 \leq \lambda_2$, tak $\kappa_1 \cdot \kappa_2 \leq \lambda_1 \cdot \lambda_2$

c) $\kappa \leq \kappa + \lambda$ pre $\lambda \geq 0$

d) $\kappa \leq \kappa \cdot \lambda$ pre $\lambda \geq 1$ $\kappa + \kappa = 2 \cdot \kappa$

e) $\kappa + \kappa \leq \kappa \cdot \kappa$

f) $\kappa \leq \kappa^\lambda$ pre $\lambda \geq 1$

g) $\lambda \leq \kappa^\lambda$ pre $\kappa \geq 2$

h) Ak $\kappa_1 \leq \kappa_2$ a $\lambda_1 \leq \lambda_2$, tak $\kappa_1^{\lambda_1} \leq \kappa_2^{\lambda_2}$

i) $\kappa \cdot \kappa = \kappa^2$