

# 1. sada domácich úloh

Termín odovzdania štvrtok 27. 10. 2022 13:10

**Úloha 1.** (1,5 boda) Zistite, či nasledovný zložený výrok je tautológia

$$(A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg B \Rightarrow (D \wedge \neg E)) \vee (\neg C \wedge D \wedge E) \vee (D \Rightarrow (\neg A \wedge C)).$$

Vaše tvrdenie dokážte.

Riešenia založené na bezhlavom vypísaní tabuľky pravdivostnej hodnôt budeme hodnotiť najviac za 0,5 b.

**Úloha 2.** (1,5 boda) Dokážte, že pre každé celé číslo  $n \geq 1$  platí

$$\frac{2^1}{1} + \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} + \dots + \frac{2^n}{n} < \frac{2^{n+2}}{n}.$$

**Úloha 3.** (1,5 boda) Nech  $A$  je podmnožina prirodzených čísel. *Supermnožinou* množiny  $A$  nazveme množinu všetkých nadmnožín množiny  $A$  v univerze prirodzených čísel. Budeme ju označovať  $\mathcal{S}(A)$ . Teda

$$\mathcal{S}(A) = \{X \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid A \subseteq X\}.$$

Zistite, či pre ľubovoľné množiny  $A, B$  platí:

- $\mathcal{S}(A \cap B) \subseteq \mathcal{S}(A) \cap \mathcal{S}(B)$ ,
- $\mathcal{S}(A \cap B) \supseteq \mathcal{S}(A) \cap \mathcal{S}(B)$ .

Vaše tvrdenia dokážte. Pre získanie plného počtu bodov nesmiete bez dôkazu využiť tvrdenia o množinách, všetky využité tvrdenia dokážte z definície.

**Úloha 4.** (BONUS, 2 body) Na polkružnici máme vyznačených  $b$  (navzájom rôznych) bodov a každý z nich je zafarbený práve jednou z  $f$  farieb ( $b, f \in \mathbb{N}^+$ ). Susedné body sú zafarbené rôznymi farbami. Každú dvojicu bodov rovnakej farby spojíme úsečkou. Dokážte, že ak sa žiadne dve úsečky nepretnú, tak  $b \leq 2f - 1$ .

## Pravidlá a pokyny

- **Úlohy spisujte samostatne.** Môžete sa o nich rozprávať a môžete si poradiť. Avšak ich spísanie je už na vás. Vaše spísané riešenia si navzájom neukazujte.
- Úlohy odovzdajte do termínu odovzdania vášmu cvičiacemu
  - osobne na cvičeniach alebo
  - mailom s predmetom **UDDS DU1** ako jeden pdf súbor, v prípade fotenia riešení dbajte na dostatočný jas a kvalitu.
- Riešenie každej úlohy musí byť matematický korektné a úplné vrátane dôkazov. Do riešenia zahrňte aj príslušné slovné komentáre, aby bolo jasné, čo v riešení robíte.
- Ak máte k úlohe akékoľvek otázky alebo potrebujete pomoc, kontaktujte vášho cvičaceho.