

Cvičenie 1: Výroky

Úloha 1. Rozhodnite, ktoré tvrdenia sú výrokmi:

- a) Číslo 17 je prvočíslo.
- b) Trenčín a Brezno sú krajské mestá Slovenska.
- c) $1 + 1 = 3$
- d) Každé prirodzené číslo je párne.
- e) Dajte mi A z Úvodu do diskretných štruktúr!
- f) Koľko je hodín?
- g) V roku 2047 pristanú ľudia na Marse.
- h) Každé párne číslo väčšie ako 2 možno zapísať ako súčet dvoch prvočísel.
- i) Tento výrok je nepravdivý.

Úloha 2. Rozhodnite, či nasledovné zložené výroky sú tautológie.

- a) $(a \wedge b) \Rightarrow a$
- b) $a \Rightarrow (a \vee b)$
- c) $[(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow c)] \Rightarrow (a \Rightarrow c)$
- d) $[a \wedge (b \vee c)] \leftrightarrow [(a \wedge b) \vee (a \wedge c)]$
- e) $[a \wedge (b \vee c)] \leftrightarrow [(a \wedge b) \vee c]$

V kapitole 1 zbierky nájdete veľa ďalších podobných tautológií na dokazovanie.

Úloha 3. Znegujte nasledovné zložené výroky

- a) $a \wedge (b \Rightarrow \neg c)$
- b) $(a \Rightarrow \neg b) \vee (\neg c \leftrightarrow a)$
- c) $a \wedge [(b \wedge \neg a) \vee (c \wedge \neg b)]$

Úloha 4. Zjednodušte nasledovné zložené výroky:

- a) $[a \vee (\neg b \vee a)] \wedge (\neg a \vee b)$
- b) $((b \wedge a) \vee (a \wedge \neg b)) \Rightarrow (c \vee a)$
- c) $((b \wedge a) \vee (a \wedge \neg b)) \Rightarrow (c \wedge a)$

Úloha 5. Vyjadrite operácie \Rightarrow a \leftrightarrow pomocou operácií \neg , \wedge , \vee .

Úloha 6. Vyjadrite operáciu \vee pomocou \neg a \wedge .

Úloha 7. (*) Viete nájsť jednu logickú spojku, pomocou ktorej možno vyjadriť všetky logické spojky? Ak áno, skúste vyjadriť \wedge , \vee , \Rightarrow pomocou danej spojky.

Úloha 8. Na vesmírnej lodi sú astronauti a podvodníci. Astronaut vždy hovorí pravdu a podvodník vždy klame. Medzi Červeným, Zeleným a Modrým sa udial nasledovný rozhovor:

Červený: „Zelený je astronaut, ale Modrý je podvodník.“

Zelený: „Červený aj Modrý sú podvodníci.“

Modrý: „Červený aj Zelený sú podvodníci.“

Určte, kto sú astronauti a kto podvodníci.

Úloha 9. Určte, kto je kto po nasledovnom rozhovore:

Červený: „Ak Modrý hovorí pravdu, tak Zelený je podvodník.“

Zelený: „Ak Červený hovorí pravdu, tak Modrý je podvodník.“

Modrý: „Ak je Zelený astronaut, tak Modrý je tiež astronaut.“

Určte, kto sú astronauti a kto podvodníci.

Úloha 10. Určte, kto je kto po nasledovnom rozhovore:

Červený: „Žltý je podvodník, no Zelený je astronaut.“

Žltý: „Zelený je podvodník, no Modrý je astronaut“

Zelený: „Modrý je podvodník, no Červený je astronaut“

Modrý: „Zelený je podvodník, no Červený je astronaut.“

Úloha 11. Pre každý z daných výrokov sformulujte niekoľko vyrokov v tvare implikácie („Ak ..., tak ...“), ktoré sú s daným výrokom ekvivalentné alebo z neho vyplývajú:

- Nutnou podmienkou pre udelenie vodičského preukazu je úspešné absolvovanie skúšobného testu.
- Volieb do NRSR sa smú zúčastniť len plnoletí občania SR zapísaní do zoznamov voličov podľa príslušnej vyhlášky.
- Jediné párne prvočíslo je 2.
- Každé celé číslo, ktoré končí číslicou 6, je párne.

Úloha 12. Znegujte nasledovné výroky:

- Svieti Slnko alebo je zamračené.
- Ak vynesiem smeti, mama ma pocvháli.
- Ak študent vyrušuje alebo nedáva pozor, učiteľ ho napomenie.

Úloha 13. Znegujte nasledovné výroky:

- $(a \Rightarrow b) \Rightarrow (b \Rightarrow c)$
- $[(a \wedge \neg b) \vee c] \wedge [a \Rightarrow (b \vee \neg c)]$
- $[(a \vee b) \wedge (\neg c \Rightarrow \neg d)] \vee (a \wedge \neg c)$
- $(a \Rightarrow \neg c) \wedge [(a \wedge \neg b) \Rightarrow (\neg c \vee d)]$
- $[(a \Rightarrow b) \Rightarrow (c \Rightarrow d)] \Rightarrow [(a \Rightarrow c) \Rightarrow (b \Rightarrow d)]$

Výsledky úloh

Ak vo výsledkoch nájdete chybu, nahláste ju na jozef.rajnk@fmph.uniba.sk

8. Červený a Zelený sú podvodníci. Modrý je astronaut.

9. Nevieme jednoznačne určiť. Vyhovujú práve tie možnosti, kde je práve jeden podvodník.

12.

a) Nesvieti Slnko a nie je zamračené.

b) Vynesniem smeti a mama ma nepochváli.

c) (Študent vyrušuje alebo nedáva pozor) a učiteľ ho nenapomenie. Študent vyrušuje alebo nedáva pozor, ale učiteľ ho nenapomenie. (Treba rozlíšiť ozátvorkovanie spojok „a“ a „alebo“.

13.

a) $(a \Rightarrow b) \wedge b \wedge \neg c$

b) $[(\neg a \vee b) \wedge \neg c] \vee [a \wedge (\neg b \wedge c)]$

c) $[(\neg a \wedge \neg b) \vee (\neg c \wedge d)] \wedge (\neg a \vee c)$

d) $(a \wedge c) \vee [(a \wedge \neg b) \wedge (c \wedge d)]$

e) $[(a \Rightarrow b) \Rightarrow (c \Rightarrow d)] \wedge [(a \Rightarrow c) \wedge (b \wedge \neg d)]$