

Cvičenie 10: zobrazenia

Úloha 1. Nech $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Pre nasledovné relácie určte, ako vyzerá ich prvá projekcia a zistite, či sú zobrazením $M \rightarrow M$:

a) $a = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 3), (4, 2)\}$

b) $b = \{(1, 2), (3, 3), (4, 2)\}$

c) $c = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3), (4, 2)\}$

→ **Úloha 2.** Uvažujme zobrazenie $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ dané predpisom

$$f(x) = 3 + \frac{8}{2x + 4}.$$

Je zobrazenie injektívne? Je surjektívne? Nájdite množinu B tak, aby zobrazenie $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow B$ s rovnakým predpisom bolo bijekciou.

Úloha 3. Zistite, či nasledovné zobrazenia sú injekcie, surjekcie a bijekcie:

→ a) $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f((a, b)) = a^2 + b$

→ b) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $f(n) = (2n + 3, n^2 + 7)$

→ c) $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f((a, b)) = 2^a 3^b$

→ d) $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$, $f(A) = A \cup \{47\}$

e) $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, $f((a, b)) = (3b + 5, 2a - 3)$

f) $f: \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, $f((a, b)) = (a + b, a - b)$

g) $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$, $f(A) = \mathbb{N} - A$

h) $f: \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \mathbb{N}$, $f(A) = \sum_{x \in A} x$

i) $f: \mathcal{P}(\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}) \rightarrow \mathbb{N}$, $f(A) = \sum_{x \in A} x$

j) $f: \mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \{0, 1, \dots, 15\}$, $f(A) = \sum_{x \in A} x$

→ **Úloha 4.** Kedy je zobrazenie na nejakej množine M symetrická relácia?

→ **Úloha 5.** Nech f je injektívne zobrazenie z množiny A do množiny B . Nájdite injektívne zobrazenie z $\mathcal{P}(A)$ do $\mathcal{P}(B)$.

→ **Úloha 6.** Nájdite bijekciu medzi množinami

a) \mathbb{N} a $\{n \in \mathbb{N}; n \geq 47\}$

b) \mathbb{N} a $\mathbb{N} \times \{0, 1, 2\}$

c) \mathbb{N} a množina všetkých konečných postupností núl a jednotiek.

d) \mathbb{N} a množina slov z písmen anglickej abecedy

e) $\langle 17, 42 \rangle$ a $\langle -47, 15 \rangle$

f) $(0, 1)$ a $(0, \infty)$

g) $(0, 1)$ a $\langle 0, 1 \rangle$