

1. sada domácich úloh

Termín odovzdania **utorok 31. 10. 2023 23:59**

Úloha 1. (1,5 boda) Zistite, či nasledovný zložený výrok je tautológia

$$[(a \Rightarrow b) \vee (\neg c \wedge d) \vee (e \wedge \neg f)] \Rightarrow [(a \Rightarrow d) \vee (f \Rightarrow b) \vee c].$$

Vaše tvrdenie dokážte.

Riešenia založené na bezhlavom vypísaní tabuľky pravdivostnej hodnôt budeme hodnotiť najviac za 0,5 b.

Úloha 2. (2 body) Máme 3 tyče označené A, B, C a $2n$ diskov, ktoré sú všetky umiestnené na tyči A a v poradí zhora nadol sú očíslované $1, 1, 2, 2, \dots, n, n$. V jednom ťahu môžeme vziať vrchný disk z ľubovoľnej tyče a umiestniť ho na vrch ľubovoľnej inej tyče, avšak nesmieme pritom položiť disk s väčším číslom na disk s menším číslom. (Disky s rovnakými číslami na seba môžeme ukladať.) Dokáže, že pomocou $2^{n+1} - 2$ ťahov vieme všetky disky z tyče A premiestniť na tyč B .

EDIT: V úlohe sme opravili dokazovaný počet ťahov, ktorý sme sem omylom dali z inej úlohy a tento počet ťahov bol nezmyselne veľký. Úlohu kľudne môžete riešiť aj pre pôvodných $4^{n+1} - 1$ ťahov (alebo aj hocikaký iný menší počet ťahov), len zrejme toto číslo sa nebude tak pekne správať a vie spôsobiť zmätenie.

Bonus. (1 bod) Napíšte program, ktorý zo vstupu načíta číslo n a vypíše postupnosť ťahov, ktorá presunie disky z tyče A na tyč B . Každý ťah bude v samostatnom riadku, ktorý bude tvaru XY , ktorý znamená, že z tyče X presúvame disk na tyč Y .

Úloha 3. (2 body) Zistite, či pre ľubovoľné množiny A, B, C platí:

- $\mathcal{P}(A - C) - \mathcal{P}(B - C) \subseteq \mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B \cup C)$,
- $\mathcal{P}(A - C) - \mathcal{P}(B - C) \supseteq \mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B \cup C)$.

Vaše tvrdenia dokážte. Pre získanie plného počtu bodov nesmiete bez dôkazu využiť tvrdenia o množinách, všetky využité tvrdenia dokážte z definície.

EDIT: V úlohe bola opravná chyba: na pravej strane sme mali omylom prienik miesto rozdielu. Súčasné zadanie je už správne. Ak ste už riešili pôvodnú verziu úlohy, napíšte Jozefovi Rajníkovi o ďalšom postupe.

Pravidlá a pokyny

Úlohy spisujte samostatne. Môžete sa o nich rozprávať a môžete si poradiť. Avšak ich spísanie je už na vás. Vaše spísané riešenia si navzájom neukazujte.

Úlohy odovzdajte do termínu odovzdania jedným z dvoch spôsobov

- **Ako jeden pdf súbor** cez rozhranie Microsoft Teams. V tomto rozhraní vám budú úlohy opravené a obodované s príp. komentárom, v čom ste mali chyby. **Nezabudnite stlačiť tlačidlo Turn in / odovzdať.** (preferovaný spôsob)
- Osobne na papieri komukoľvek z cvičiacich. Opravené riešenie vám odovzdáme na cvičeniach. Rátajte však s organizačnými komplikáciami (nemusíme byť v termín odovzdania na fakulte, opravenie môže dlhšie trvať).

Riešenie každej úlohy musí byť matematicky korektné a úplné vrátane dôkazov. Do riešenia zahrňte aj príslušné slovné komentáre, aby bolo jasné, čo v riešení robíte.

Ak máte k úlohe akékoľvek otázky alebo potrebujete pomoc, kontaktujte vášho cvičiaceho.