

## Sada domácich úloh č. 3

Termín: pondelok 25. 5. 2020, 23:59

**Úloha 1.** (2,5 body) Koľko existuje permutácií množiny  $\{1, 2, \dots, 3n\}$  (chápané ako postupnosti), ktoré pre žiadne kladné celé číslo  $i$  neobsahujú súvislú podpostupnosť  $(3i - 1, 3i, 3i + 1)$ ?

**Úloha 2.** (2,5 body) Nech  $G$  je súvislý 3-regulárny graf. Dokážte, že graf  $G$  má takú kosť  $T$ , že každá kružnica grafu  $G$  má s kosťou  $T$  aspoň jednu spoločnú hranu.

**Úloha 3.** (2 body) Dokážte (poriadne) alebo vyvráťte nasledovné tvrdenia:

a)  $\binom{n}{47} = \Theta(n^{47})$ ,

b)  $\binom{n}{47} = o(n^{47})$ ,

c)  $\binom{n}{47} = \omega(n^{47})$ ,

d)  $\binom{n}{47} \sim (n^{47})$ ,

e)  $\binom{47}{n} = O(47^n)$ ,

f)  $\binom{47}{n} = \Omega(47^n)$ .

**Bonus.** (2 body) Pre celé číslo  $n \geq 1$  definujeme graf  $Q_n$  nasledovne: Vrcholy grafu  $Q_n$  sú  $n$ -prvkové postupnosti z čísel 0 a 1. Hranou spojíme práve tie postupnosti, ktoré sa líšia na práve jednom mieste. V závislosti od  $n$  určte  $\kappa(Q_n)$  a  $\lambda(Q_n)$ .

---

## Pokyny

Ak vám v zadaní niečo nie je jasné alebo potrebujete pomôcť s niektorou úlohou, napíšte mail.

Úlohu odovzdajte mailom na [jozef.rajnik.zavinac.fmph.uniba.sk](mailto:jozef.rajnik.zavinac.fmph.uniba.sk) s predmetom **DU UKTG 3**. Odovzdajte ideálne jeden súbor **pdf**. Súbor môže obsahovať aj sken riešenia písaného na papieri, príp. jeho fotku – v takom prípade si však dajte pozor, či má fotka dostatočné rozlíšenie a či nie je príliš tmavá, aby bol text v poriadku čitateľný.

Za bonusovú úlohu získate navyše body do semestra. Avšak najviac za domáce úlohy môžete získať 20 bodov.