

Sada domácich úloh z UKTG č. 1

Termín: štvrtok 10. 3. 2022, 23:59

Úloha 1. (3 body) Máme daný konvexný n -uholník, kde n je celé číslo a $n \geq 3$. Pomocou niekoľkých priamok ho rozdelíme na samé trojuholníky. Dokážte, že po tomto procese dostaneme určite aspoň $n - 2$ trojuholníkov.

Poznámka. Mnohouholník M je *konvexný*, ak pre každú dvojicu bodov X, Y (či už z obvodu alebo z vnútra) mnohouholník M obsahuje celú úsečku XY . Ekvivalentne sa dá povedať, že mnohouholník je konvexný, ak všetky jeho vnútorné uhly sú menšie ako 180° .

Úloha 2. (3 body) Nájdite najmenšie číslo n , pre ktoré platí nasledovné tvrdenie: Z ľubovoľného rozmiestnenia n kráľov na šachovnici 8×8 možno vybrať piatich, z ktorých sa žiadni dvaja neohrozujú. Správnosť vášho tvrdenia dokážte.

Poznámka. Dvaja králi sa ohrozujú, ak sa nachádzajú na políčkach, ktoré majú spoločný vrchol alebo stranu.

Úloha 3. (BONUS, 2 body) Na salaši sa pasie 100 oviec. Vlk zje každý deň aspoň jednu ovцу a za n dní ich zje všetky. Určte najmenšiu hodnotu n , pre ktorú zaručenie existuje súvislý úsek dní, kedy vlk zje presne 20 oviec. (Aj jeden deň považujeme za súvislý úsek dní.)