

Sada domácich úloh z UKTG č. 2

Termín: streda 12. 4. 2023, 23:59

Ak odovzdávate úlohu fyzicky, odovzdajte úlohu 1 na samostatnom papieri.

Všetky vaše výsledky neformálne zdôvodnite. Pravidlá súčtu a súčinu (aj zovšeobecné) vysvetľovať nemusíte. Ak však používate iné vety z prednášky (napr. o počte kombinácií, princíp inklúzie a exklúzie, ...), dbajte na to, aby bolo aspoň na neformálnej úrovni jasné, ako ste ich použili.

Úloha 1. (5 bodov) Na Matfyzе je 100 (rozlíšiteľných) študentov a 40 učební očíslovaných od 1 po 40. Koľkými spôsobmi možno rozdeliť študentov do učební, ak

- a) (0,3 b) nie sú žiadne obmedzenia;
- b) (0,7 b) Janko a Marienka majú byť v rovnakej učebni;
- c) (1 b) v učebni 17 má byť aspoň jeden študent;
- d) (1 b) v učebni 1 má byť práve 5 študentov a v učebni 2 má byť práve 10 študentov.
- e) (2 b) nesmie existovať učebňa, v ktorej sú práve 3 študenti.

V podúlohe e) môžete výsledok uviesť v tvare jednej sumy.

Úloha 2. (1 bod) Koľko existuje nerastúcich 47-prvkových postupností z čísel z množiny $\{1, 2, \dots, 42\}$?

Postupnosť $(a_1, a_2, \dots, a_{47})$ je *nerastúca* ak pre všetky $i, j \in \{1, 2, \dots, 47\}$ platí: $i < j \Rightarrow a_i \geq a_j$.

Úloha 3. (1 bod) Na konferenciu prišli z každej zo 40 krajín traja vedci: matematik, fyzik a informatik. Koľkými spôsobmi ich možno rozsadiť okolo okrúhleho stola tak, aby vedci z rovnakej krajiny sedeli vedľa seba? Rozsadenia, ktoré sa líšia len otočením považujeme za rovnaké.